

O conceito de média aritmética nos anos finais do ensino fundamental

The concept arithmetic mean in elementary education

Willian Damin¹
Guataçara dos Santos Junior²
Rudolph dos Santos Gomes Pereira³

Resumo

Este artigo tem por objetivo apresentar os resultados de uma pesquisa sobre os conhecimentos adquiridos sobre média aritmética por alunos dos anos finais do ensino fundamental. A pesquisa foi realizada em uma turma formada por 11 alunos, na faixa etária de 13 anos, do 8º ano do Ensino Fundamental de um colégio da rede particular de ensino do estado do Paraná, Brasil. Para alcançar o objetivo foi aplicado junto a eles um teste diagnóstico contendo cinco questões sobre média aritmética. Para a análise dos registros descritos pelos alunos no teste utilizou-se a análise de conteúdo de Bardin (2009). Observou-se que esses alunos não apresentaram uma compreensão adequada no que diz respeito ao conceito de média aritmética.

Palavras-chave: Ensino de Estatística. Média aritmética. Ensino Fundamental.

1 Introdução

Neste artigo relata-se uma pesquisa qualitativa realizada com alunos do Ensino Fundamental cujo o intuito era avaliar o conhecimento dos alunos em relação ao conceito de média aritmética. Assim, apresenta-se um breve relato de documentos oficiais e pesquisas realizadas no âmbito do Ensino de Estatística que sinalizam a importância da realizar investigações nessa área, a exposição do

¹ Doutorando no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus de Ponta Grossa, e-mail: wdamin@uenp.edu.br

² Doutor em Ciências Geodésicas, docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus de Ponta Grossa, e-mail: guata@utfpr.edu.br

³ Doutor em Educação, docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná, campus de Cornélio Procopio, e-mail: rudolphsantos@uenp.edu.br

conceito de média aritmética e como este tem sido abordado nos livros didáticos, por fim, apresenta-se a pesquisa realizada para atendimento ao objetivo proposto.

Dessa forma, inicia-se com um esboço do quadro atual do Ensino de Estatística no Brasil, e após a análise de alguns trabalhos, como o de Cazorla (2004), Guimarães et al. (2009), Ribeiro (2010), Bianchini e Nehring (2012) e Lima et al. (2013). Observa-se que nessa área de pesquisa, os trabalhos são em número reduzido, no entanto, pesquisas desenvolvidas em programas de pós-graduação (mestrado e doutorado) tem contribuído para que a área de ensino de Estatística cresça em nível nacional.

A formação inadequada de professores de Matemática que lecionam conteúdos de Estatística é uma das preocupações dos pesquisadores da área e “nesse contexto, torna-se importante compreender que aos cursos de Licenciatura em Matemática cabem não só a formação de educadores matemáticos, mas, também, de educadores estatísticos” (COSTA; PAMPLONA, 2011, p. 899).

Costa e Pamplona (2011) chamam a atenção para a necessidade de uma mudança nos cursos de Licenciatura em Matemática, de modo, que eles sejam capazes de oferecer subsídios aos futuros professores que irão lecionar Estatística na Educação Básica. Atualmente são raros os cursos que ofertam a disciplina de Estatística com aspectos didáticos, onde o objetivo são os procedimentos e conceitos a serem ensinados na Educação Básica (CAZORLA et al., 2011).

Cazorla (2004) ao discutir a formação estatística dos professores, ressalta que o curso de Licenciatura em Matemática forma professores de Matemática, porém são eles quem ministram Estatística para os estudantes e muitos deles tiveram apenas uma disciplina específica desse conteúdo. A autora relata que um aspecto relevante na formação dos professores é a presença da Didática da Estatística, pois trata-se de uma disciplina que subsidia o ensino e a aprendizagem de conteúdos estatísticos como por exemplo a postura do docente em sala de aula frente a esses conteúdos, bem como o tratamento de temas e técnicas para o ensino dos mesmos.

No projeto Processo de Ensino e Aprendizagem Envolvendo Raciocínio Estatístico e Probabilístico (PEA-ESTAT) desenvolvido e analisado por Coutinho, Almouloud e Silva (2012), os autores salientam que uma das dificuldades didáticas encontradas pelos professores participantes foi o de apresentar o tema de estudo, de modo que o aluno pudesse ser o construtor de seu próprio conhecimento. Entende-se assim, que a formação do professor implica diretamente no letramento estatístico⁴ do aluno em questão.

Em consonância com as necessidades da inserção e a relevância da Estatística dentro do contexto da Educação Matemática houve uma disseminação na divulgação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Brasil, no qual criou-se um bloco de conteúdo denominado Tratamento da Informação, que agrupa os conceitos de Probabilidade, Estatística e Combinatória. No estado do Paraná, Brasil adotou-se as Diretrizes Curriculares da Educação Básica (DCE) no qual denomina-se como conteúdos estruturantes “os conhecimentos de grande amplitude, conceitos, teorias ou práticas, que identificam e organizam os campos de estudos de uma disciplina escolar, considerados fundamentais para a compreensão de seu objeto de estudo/ensino” (PARANÁ, 2008, pg. 25).

Neste documento há o conteúdo estruturante de Tratamento da Informação que tem como intuito desenvolver a capacidade de leitura crítica, análise dos fatos do cotidiano, interpretação de gráficos e tabelas nas quais se apresentam diversas informações (PARANÁ, 2008). Acredita-se que ao trabalhar com os conteúdos descritos, o aluno poderá compreender, por meio dos conceitos estatísticos, os fatos que ocorrem na sociedade de modo a facilitar a análise, a interpretação e a contextualização de informações. É importante que o aluno saiba ler e interpretar gráficos e tabelas para que a partir dos cálculos ele seja capaz de elaborar conclusões e de criar significados acerca do conteúdo aprendido.

⁴ O letramento estatístico remete-se à habilidade de interpretar e argumentar as informações utilizando a terminologia estatística e seus símbolos, que incluem a organização e representação de dados em diferentes formas (CAMPOS, 2007).

Ao final do Ensino Fundamental, é importante para o aluno o conhecimento dos fundamentos básicos de Matemática que permitem ler e interpretar tabelas e gráficos, conhecer dados estatísticos, reconhecer a ocorrência de eventos em um universo de possibilidades e realizar cálculos de porcentagem e juros simples entre outros. Nesse sentido, é necessário que o aluno colete dados, organize-os em tabelas, segundo o conceito de frequência, e avance para as contagens, os cálculos de média, frequência relativa, frequência acumulada, mediana e moda (PARANÁ, 2008, p. 61).

Considera-se que a utilização de medidas estatísticas, gráficos e tabelas, bem como o grande número de informações veiculadas pelas diversas mídias exigem do cidadão um conhecimento adequado para analisá-las corretamente. Assim, para que o aluno esteja apto a pensar, raciocinar e até mesmo criticar a veracidade dessas informações que circulam na sociedade é necessário o desenvolvimento do letramento estatístico.

Holmes (1980 apud BATANERO, 2001) aponta as seguintes justificativas do interesse de pesquisadores no ensino de Estatística: 1) a Estatística é uma parte da educação geral dos futuros cidadãos adultos que precisam adquirir a capacidade de ler e interpretar tabelas e gráficos que aparecem com frequência na mídia; 2) é útil para a vida futura, como em muitas profissões é necessário algum conhecimento básico sobre o assunto; 3) o estudo ajuda ao desenvolvimento pessoal, incentivando o pensamento crítico, baseado na valorização da objetividade; 4) ajuda compreender outras questões do currículo, tanto a Educação Básica quanto na Superior, onde com frequência aparecem gráficos ou conceitos estatísticos.

A Educação Estatística não apenas auxilia na leitura e interpretação de dados, mas fornece a habilidade para analisar/relacionar criticamente os dados apresentados, questionando/ponderando até mesmo sua veracidade. Portanto, para que se atinja essa criticidade não é suficiente oferecer aos alunos apenas atividades de ensino que visem desenvolver a capacidade de organizar e

representar uma coleção de dados, faz-se necessário interpretar e comparar esses dados para tirar conclusões (LOPES, 2008, p. 73).

A partir do entendimento de que a Educação Estatística se origina de uma tríade de distintas áreas do conhecimento, torna-se evidente, com base em Carvalho (2011), que a Estatística compõe o currículo de Matemática, contudo são diferentes. Para Campos (2007), elas se diferenciam por apresentarem aspectos e valores que na Estatística se tornam mais relevantes, a saber, a organização dos dados, a interpretação, a reflexão, a análise e a tomada de decisões. Em se tratando da Educação Básica, considera-se importante que conceitos estatísticos estejam presentes no currículo de Matemática e sejam trabalhados de maneira satisfatória em sala de aula.

Destaca-se que dentre esses conceitos estatísticos estão a média, a mediana e a moda que “são as três medidas de tendência central ou promédios mais utilizados para resumir o conjunto de valores representativos do fenômeno que se pretende estudar” (STELLA, 2003, p.17).

Alguns exemplos da frequente utilização e interpretação destes conceitos estatísticos na sociedade atual são a estimativa de consumo médio gasto pelo automóvel, a média de produtos vendidos em um determinado mês, o tempo médio gasto no banho, entre outras estimativas. Assim, considerando o exposto acima, este artigo tem por objetivo apresentar os resultados de uma pesquisa sobre os conhecimentos adquiridos sobre média aritmética por alunos dos anos finais do ensino fundamental.

2 Média Aritmética

Por meio de uma única medida é possível ter uma noção do comportamento de um conjunto de dados. Essa medida é referência para representar os dados que pertence as denominadas Medidas de Tendência Central. As medidas como a média aritmética, a moda e a mediana, representam a tendência central de localização de dados estatísticos e são consideradas de

grande importância, pois podem auxiliar na análise de dados e se tornam indispensáveis e, em cada situação, uma pode ser mais conveniente do que a outra, porém não se pode dizer ao certo qual a mais adequada (LEITE, 2010).

Assim, atualmente, pode-se “encontrar mais de dez medidas que representam o centro de um conjunto de dados, mas a média aritmética é a mais utilizada” (CARVALHO, 2011, p. 19). Acredita-se que a média aritmética seja a medida de tendência central mais utilizada por satisfazer o critério dos mínimos quadrados, o qual minimiza o quadrado dos resíduos.

Na perspectiva de Carvalho (2011) o conceito de média aritmética é simples e sua “formulação matemática consiste em somar todos os valores da variável e dividir pelo número de observações, ou seja, o tamanho do conjunto de dados” (CAZORLA, 2002, p. 30), porém esse conceito pode ter uma concepção mais ampla e apresenta sua complexidade quando objetivamos uma compreensão mais detalhada como no caso da média ponderada no qual os estudantes podem apresentar maiores dificuldades Pollatsek (1981 apud CAZORLA, 2002).

A média fornece um indicador que pode ser interpretado como um valor típico e que pode representar, em certas circunstâncias, um conjunto de dados. Além disso, é a base para o cálculo de outras medidas tais como o desvio padrão, coeficiente de variação, de correlação, dentre outras (MAGINA et al., 2010, p. 62).

No entanto, mesmo com a sua simplicidade o algoritmo do cálculo de média aritmética não é conceituado de maneira satisfatória no âmbito escolar e dificuldades são encontradas pelos alunos por serem expostos a um ensino superficial e inadequado (FERNANDES; MORAIS, 2011). Quando utilizado é feito de forma mecânica com simples substituição de dados na fórmula, o que afeta a compreensão do conceito, como destaca Carvalho (2011). O aluno consegue desenvolver alguns exercícios de média em sala de aula, porém quando se faz necessário a sua utilização em situações do cotidiano ele se vê sem ferramentas adequadas para continuar seu raciocínio já que o procedimento foi trabalhado, mas o pensamento e a compreensão não.

É necessário incorporar, efetivamente, a Estatística no processo de ensino e de aprendizagem criando situações em que o aprendizado da média seja significativo, incentivando assim o desenvolvimento de um raciocínio crítico. Desta forma, acredita-se que a média aritmética é um objeto de apreciável complexidade e não simplesmente um algoritmo e, por este motivo a ideia algorítmica deveria ser introduzida apenas depois que os estudantes desenvolvessem um raciocínio consistente acerca da representatividade deste conceito (STELLA, 2003, p. 144).

Pois, saber calcular a média não significa necessariamente que o indivíduo compreende tal conceito, já que ela apresenta suas particularidades. Para se entender o conceito de média aritmética deve-se conhecer as sete propriedades descritas por Strauss e Bichler (1988 apud CAZORLA, 2002, p. 31):

1. a média está localizada entre os valores extremos (mínimo \leq média \leq máximo);
2. a soma dos desvios a partir da média é zero ($\sum (X_i - \text{média}) = 0$);
3. a média é influenciada por cada um e por todos os valores (média = $\sum X_i / n$);
4. a média não necessariamente tem que coincidir com um dos valores;
5. a média pode ser um uma fração que não tem uma contrapartida na realidade física (por exemplo, o número médio de filhos por mulher igual a 2,3);
6. o cálculo da média leva em consideração todos os valores, inclusive os nulos e os negativos, e
7. a média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada. Em termos espaciais, a média é aquela que está mais próxima de todos os valores.

Para estes autores, as três primeiras propriedades são básicas e se referem ao aspecto estatístico da média; as três seguintes referem-se ao aspecto abstrato, o que permite relacionar valores que não aparecem; a última refere-se a um grupo de valores em que a média é o aspecto central.

3 Os Livros Didáticos no Brasil e a Média Aritmética

É possível verificar que a maioria dos livros didáticos priorizam os cálculos matemáticos, conforme apontado por Coutinho, Almouloud e Silva (2012) e podem comprometer o desenvolvimento do letramento estatístico pelos alunos. Dessa forma, corrobora-se com Estevam (2010, p. 79), pois não “adianta saber

calcular média, moda e mediana, sem que se dê o devido tratamento quanto à significância e representatividade de cada uma dessas medidas de tendência central”. No entanto, os livros didáticos brasileiros são uma ferramenta de suma importância para os professores, porém não atendem as reais necessidades de uma sala de aula e assim,

Não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispor de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula, muitos professores brasileiros apoiam-se quase que exclusivamente nos livros didáticos, que, em muitas vezes, são de qualidade insatisfatória (BRASIL, 1998, p. 22).

Para Estevam (2010) os livros didáticos brasileiros deveriam conter situações concretas que possam realmente contribuir com a construção do conhecimento utilizando-se de atividades exploratórias de coleta, organização, apresentação e interpretação de dados reais, e levar o estudante a relacionar o aprendizado com o seu cotidiano.

Borba et al. (2011) apresentam reflexões a respeito do ensino de Estatística acerca do currículo, da pesquisa e da prática em sala de aula no Brasil. Um dos pontos discutidos foi relacionado aos livros didáticos, que para eles, as pesquisas devem além de verificar se os conteúdos estatísticos e probabilísticos estão de acordo com as diretrizes curriculares, avaliar como eles estão sendo abordados.

Segundo Carvalho (2011), que analisou a abordagem da média aritmética presente nos anos finais do ensino fundamental nos livros de matemática que foram aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD, brasileiro) no ano de 2011, acredita que estes livros apresentam um importante papel para os professores e alunos na construção do campo conceitual da média aritmética. O autor entende que tais livros apresentam melhora nas atividades envolvendo média aritmética uma vez que todos eles tratam de alguma maneira esse conceito mesmo ainda apresentando algumas limitações.

De acordo com Carvalho (2011), dos livros didáticos analisados, 63% das atividades contidas neles não buscam promover reflexão sobre nenhuma das propriedades da média.

Carvalho (2011) analisou 454 atividades destinadas ao Tratamento da Informação e constatou que 286 não promovem a reflexão de média aritmética a partir de suas propriedades. É possível verificar que muitas coleções de livros didáticos ainda não focalizam de forma adequada os conceitos de média aritmética, priorizam o cálculo e são desprovidos de significados.

É importante compreender que a Estatística trabalha com a tomada de decisões em situações de incerteza (CAZORLA, 2002) e dominar as ferramentas que são disponibilizadas por ela pode minimizar o erro em uma situação de escolha, assim, faz-se necessário que sejam disponibilizados aos professores materiais e livros didáticos contendo atividades de Estatística Básica.

4 Descrição da Pesquisa

As atividades que envolveram a pesquisa sobre os conhecimentos adquiridos sobre média aritmética, foram aplicadas a onze alunos, na faixa etária de 13 anos, do 8º ano do Ensino Fundamental de um colégio da rede privada de uma cidade no norte do Estado do Paraná - Brasil. Este colégio adota o sistema de apostilas⁵, logo as aulas são de execução das atividades contidas nesse material. A aplicação das atividades para pesquisa teve duração de uma aula de cinquenta minutos e os alunos participantes puderam utilizar calculadora, por ser uma importante ferramenta no tratamento estatístico. Destaca-se que esses alunos não participaram de uma aula introdutória a respeito do conceito de média aritmética pois o objetivo era avaliar o conhecimento adquirido até o momento.

Objetivando avaliar esse conhecimento por parte dos alunos, foi aplicado um teste diagnóstico, o qual contou com cinco questões dissertativas e algumas

⁵ Consiste em um livro-texto contendo explicações do conteúdo e exercícios de fixação.

adaptadas dos trabalhos de Marnich (2008), Leite (2010) e Lemos (2011), direcionadas apenas ao conceito de média aritmética.

Para a análise dos registros produzidos pelos alunos na atividade realizada optou-se pela análise de conteúdo, pois é considerado um instrumento de análise interpretativa que possibilita uma compreensão que parte da realidade concreta da situação estudada. Para Moraes (1999, p. 7) a “análise de conteúdo constitui uma metodologia de pesquisa usada para descrever e interpretar o conteúdo de toda classe de documentos e textos” e pode ser considerado um instrumento,

[...] um guia prático para a ação, sempre renovada em função dos problemas cada vez mais diversificados que se propõe a investigar. Pode-se considerá-la como único instrumento, mas marcado por uma grande variedade de formas e adaptável a um campo de aplicação muito vasto, qual seja a comunicação (MORAES, 1999, p. 7).

A metodologia de análise de conteúdo constitui um conjunto de procedimentos de análise das comunicações, orais ou escritas, cujo objetivo é encontrar indicadores, qualitativos ou quantitativos, que possibilitem inferir (deduzir de forma lógica) sobre conhecimentos relacionados às mensagens analisadas. Assim, a análise de conteúdo é indicada quando o pesquisador pretende manipular as mensagens para inferir “conhecimentos sobre o emissor da mensagem ou sobre o seu meio” (BARDIN, 2009, p. 34).

Desse modo, utilizou-se a análise de conteúdo neste trabalho de modo a atingir o objetivo de apresentar os conhecimentos adquiridos sobre média aritmética por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental.

Para a definição das unidades de registro baseou-se nos critérios de correção e avaliação apresentado por Buriasco et al. (2004) que possibilitam corrigir e registrar a produção discente na resolução de questões abertas. A adoção de tal método se dá tendo em vista que as respostas dos alunos não devem ser codificadas apenas como certas ou erradas, e sim, separadas inicialmente em três blocos - “responde adequadamente a questão”, “responde parcialmente a questão” e “não responde a questão” – e classificadas como -

“crédito completo”, “crédito parcial” e “nenhum crédito”, respectivamente (BURIASCO et al., 2004, p. 5).

As respostas apresentadas pelos alunos descritas nesse estudo foram codificadas em três blocos (responde adequadamente a questão, responde parcialmente a questão ou não responde a questão) como propõe Buriasco et al. (2004).

Este método de correção possibilita verificar a compreensão do aluno em relação ao que foi solicitado na atividade de modo a identificar o que ele já conhece ou está em busca de aprender, pois “se a resposta dada a uma questão está incorreta, necessariamente a produção do aluno deve ser examinada para considerar possíveis créditos parciais” (BURIASCO et al., 2004, p. 6).

5 Discussão dos Resultados

A seguir, no Quadro 1 são apresentadas as questões sobre média aritmética e algumas de suas propriedades, como por exemplo, a média é influenciada por todos os valores.

- | |
|--|
| <p>1) Considere um grupo de pessoas com as seguintes idades: 16, 54, 67, 48, 25, e 12.</p> <p>a) Qual é a média aritmética da idade desse grupo?</p> <p>b) Se mais uma pessoa de 28 anos se juntar ao grupo, qual será a nova média?</p> |
|--|

Quadro 1: Questão 1
Fonte: Autores

Na Tabela 1 apresenta-se os resultados alcançados pelos alunos referentes as questões 1a) e 1b).

Tabela 1 – Distribuição dos alunos e porcentagem quanto ao tipo de resposta nas questões 1a) e 1b)

Tipo de Resposta	Alunos e porcentagem			
	1a)	1a)	1b)	1b)
Responde adequadamente a questão	3	27%	1	9%
Responde parcialmente a questão	1	9%	0	0%
Não responde a questão	7	64%	10	91%

Fonte: Autores

Nessa primeira questão, no item 1a) observou-se que apenas três alunos responderam corretamente. Um aluno apresentou uma resposta parcialmente correta, pois somou todos os dados, no entanto realizou a divisão de forma incorreta. Os sete alunos que erraram a questão, somaram os dados corretamente porém não dividiram pela quantidade de pessoas existentes no grupo. Esse erro vai ao encontro do estudo realizado por Magina et al. (2010), onde a soma dos valores era uma das concepções mais frequentes.

Com relação ao item 1b) o valor da média alteraria devido a inclusão de mais uma pessoa no grupo. Com essa atividade os alunos teriam que apresentar o conhecimento de duas propriedades da média, em que ela está localizada entre os valores extremos e é influenciada por cada um e por todos os valores. Com base nas respostas dos alunos constatou-se que apenas um deles respondeu corretamente a essa questão. Os dez alunos que responderam errado somaram os dados incluindo a nova idade da pessoa que se junta ao grupo. Acredita-se que esse erro está relacionado à falta de compreensão de uma das propriedades da média aritmética, no qual ela deve estar entre os valores extremos dos dados.

A seguir, é apresentado no Quadro 2, a questão que envolvia a propriedade em que a média leva em consideração todos os valores, inclusive os nulos, podendo ser decimal ou fracionário e que ela não precisa ter contrapartida na realidade física.

2) A série a seguir mostra a quantidade de filhos que cada mulher tem em uma determinada empresa: 0, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 2, 2 e 3. Qual a média de filhos de dessas mulheres?

Quadro 2: Questão 2
Fonte: Adaptado de Leite (2010)

A Tabela 2 apresenta as respostas dos alunos, obtidas de acordo com a questão 2.

Tabela 2 – Distribuição dos alunos e porcentagem quanto ao tipo de resposta na questão 2

Tipo de Resposta	Alunos e porcentagem	
	2)	2)
Responde adequadamente a questão	5	45%
Responde parcialmente a questão	0	0%
Não responde a questão	6	55%

Fonte: Autores

Nessa questão houve uma maior quantidade de acertos, cinco alunos responderam adequadamente a questão, onde deveriam somar todos os dados, inclusive os nulos e dividir pela quantidade de mulheres da empresa. Seis alunos apresentaram uma compreensão errônea da questão, somando novamente os dados do problema. As respostas desses alunos pode nos indicar a ausência do conceito de média aritmética até mesmo como algoritmo, o que evidencia que esse tema foi pouco trabalhado com a turma, pois espera-se que em uma turma de 8º ano eles já assimilem esse conceito visto que é sugerido o trabalho com média aritmética em anos anteriores.

O Quadro 3, referente a terceira questão tratava da interpretação de uma das propriedades da média como conceito.

3) Uma escola tem duas turmas de 8º ano com 22 e 25 alunos em cada sala de aula, qual é número médio de alunos em cada sala?

Quadro 3: Questão 3
Fonte: Adaptado Marnich (2008)

O objetivo dessa questão foi o de investigar se os alunos eram capazes de raciocinar que a média pode ser uma impossibilidade física e não necessariamente um número inteiro, no caso dessa questão a média é 23,5, uma incompatibilidade humana. Observa-se os resultados pela Tabela 3.

Tabela 3 – Distribuição dos alunos e porcentagem quanto ao tipo de resposta na questão

Tipo de Resposta	3	
	Alunos e porcentagem	
	3)	3)
Responde adequadamente a questão	1	9%
Responde parcialmente a questão	0	0%
Não responde a questão	10	91%

Fonte: Autores

Apenas um dos alunos chegou a resposta correta, somando 22 com 25 e dividindo o resultado por 2. Dez alunos não responderam a questão de forma correta e repetiram os valores apresentados na questão, seja o 22 ou 25. O resultado que se apresenta reforça o trabalho de Magina et al. (2010) que relatam que muitos alunos acreditam que o valor da média deve coincidir com um dos valores em questão.

A seguir, no Quadro 4, é apresentada uma questão sobre variabilidade.

4) Lúcia, Antônio e Rosana foram a uma festa. Cada um levou certo tipo de doces. Juntando todos os doces deu uma média de 11 por pessoa.

a) Quantos doces levaram cada um?
Lúcia _____ Antônio _____ Rosana _____

b) Esta é única possibilidade? Explique como você obteve os resultados.

c) Uma quarta pessoa chega à festa e não tem nenhum doce. Qual é agora a média de doces por pessoa?

Quadro 4: Questão 4
Fonte: Lemos (2011)

Na questão 4) o aluno se deparava com um contexto de variabilidade que se exigia uma leitura mais crítica da situação. Nessa questão a média já era calculada e cabia ao aluno escrever a quantidade que cada um dos amigos levou

a festa, bem como dizer se a resposta dada por ele era a única existente. A Tabela 4 apresenta os resultados obtidos.

Tabela 4 – Distribuição dos alunos e porcentagem quanto ao tipo de resposta nas questões 4a), 4b)

Tipo de Resposta	Alunos e porcentagem					
	4a)	4a)	4b)	4b)	4c)	4c)
Responde adequadamente a questão	3	27%	0	0%	1	9%
Responde parcialmente a questão	0	0%	0	0%	0	0%
Não responde a questão	8	73%	11	100%	10	91%

Fonte: Autores

Nessa questão diversas respostas poderiam ser aceitas, desde que a soma fosse 33 e a média 11. Dentre eles, três alunos completaram os espaços de forma correta e escreveram que cada amigo levou 11 doces. Acredita-se que o motivo por terem completando os espaços com o valor 11, seja por ele ser um número comum a questão.

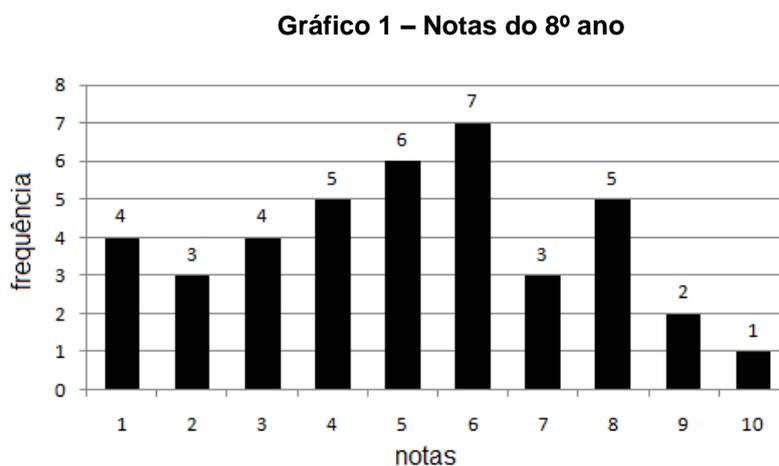
Com relação aos oito alunos que completam o grupo, cinco deles não responderam a questão e três alunos escreveram números quaisquer, sem nenhuma relação com a questão proposta.

Na questão 4b) o aluno deveria descrever como chegou ao resultado e se aquela resposta era única. Nenhum aluno respondeu a essa questão. De acordo com Lemos (2011) com essa questão pode perceber se o aluno compreende o significado equitativo da média e que é possível mais de uma solução para o problema, o que não ocorreu com essa turma.

Em relação a questão 4c), Lemos (2011) destaca que essa questão resgata os itens 4a) e 4b) e o valor zero deve ser considerado na resolução do problema, assim o valor da média era alterado por um número nulo, uma das propriedades da média aritmética. Apenas um aluno respondeu a questão corretamente, o que demonstra que os demais não possuem essa compreensão de uma das propriedades da média. Dois alunos que responderam de forma incorreta, apresentaram como resposta o número 11, que é comum na questão.

A seguir é apresentado o Quadro 5, referente a última questão.

5) Em uma prova de Matemática realizada pelos 40 alunos de uma turma, as notas foram números inteiros de 1 a 10. O gráfico de barras abaixo mostra a frequência das notas. Qual foi a média aproximada dessa turma?



Fonte: Pesquisador

Quadro 5: Questão 5

Fonte: Autores

Acredita-se que a análise da representação dos dados em diferentes formas pode contribuir para o desenvolvimento de conceitos estatísticos e “o domínio da linguagem gráfica funciona como pré-requisito para a superação da dicotomia entre construção e interpretação” (ESTEVAM, 2010, p. 45). A Tabela 5 ilustra os resultados.

Tabela 5 – Distribuição dos alunos e porcentagem quanto ao tipo de resposta na questão 5

Tipo de Resposta	Alunos e porcentagem	
	5)	5)
Responde adequadamente a questão	0	0%
Responde parcialmente a questão	1	9%
Não responde a questão	10	91%

Fonte: Autores

Um dos alunos multiplicou de forma correta a nota pela frequência, porém não terminou a resolução, com isso acredita-se que ele tenha respondido parcialmente a questão. No entanto, os outros 10 alunos participantes não souberam responder a essa questão. Percebe-se assim as dificuldades dos alunos com relação a esse conceito estatístico, inclusive interpretação de gráficos. Acredita-se que, esse resultado seja consequência da falta da capacidade de ler e interpretar gráficos, que vai ao encontro dos resultados obtidos por Estevam (2010) em uma atividade que envolvia uma análise além dos dados, cerca de 90% dos alunos não desempenharam esse raciocínio.

6 Considerações finais

A análise dos dados obtidos revela que a turma pesquisada não apresenta compreensão adequada sobre o conceito de média aritmética, sendo que esse pertence ao conteúdo programático em anos anteriores e já deveria ter sido assimilado por ela. De posse dos resultados é possível perceber que esse conceito foi pouco trabalhado, ou ainda, que a assimilação não ocorreu por parte dos alunos. Sendo assim, indica-se as pesquisas de Walichinski (2012) e Damin (2014).

Walichinski (2012) utilizou uma sequência contextualizada para o ensino de conteúdos de Estatística, dentre eles o de média aritmética. Na segunda pesquisa indicada, Damin (2014) aplica um jogo para o ensino de medidas de tendência central. Nas duas pesquisas, os autores relatam ganham efetivo na aprendizagem.

Destaca-se que o principal erro dos alunos foi o de calcular a média apenas realizando a soma de dados, não dividindo o valor encontrado pela quantidade de dados do conjunto. Acredita-se que, os alunos que não realizaram a divisão, foi por esquecerem desse procedimento para o cálculo de média. Ainda, pode ser ressaltado que outros não souberam realizar a divisão de forma correta devido a falta de domínio com a operação. O resultado encontrado aqui

evidencia que o conceito de média aritmética deve ser novamente trabalhado, estabelecendo conceito e procedimento.

Com relação aos poucos alunos que responderam de forma correta algumas das questões, salienta-se que eles demonstram apenas domínio sobre o cálculo, porém não entendem o raciocínio e as propriedades da média aritmética, conforme as respostas apresentadas por eles na questões aplicadas. Cabe ressaltar que a incompreensão de média aritmética em alguns casos ocorre também em professores e futuros professores, o que pode refletir nos alunos.

É relevante também, tornar acessível e incentivar pesquisas nessa área de ensino, de forma que contribuam com a prática pedagógica, por meio de atividades contextualizadas, sequências de ensino e novas metodologias que beneficiam o aprendizado pelo aluno e o avanço do Ensino de Estatística.

Referências

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. 4. ed. Lisboa: Edições 70, 2009.

BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Granada. Universidad de Granada, Espanha, 2001.

BIANCHINI, D. F.; NEHRING, C. M. As pesquisas sobre o Ensino de Estatística: um estudo a partir da produção acadêmica. In: **Anais** do 1º Encontro Nacional PIBID-MATEMÁTICA, III Escola de Inverno de Educação Matemática, Santa Maria (RS), 2012.

BORBA, R.; MONTEIRO, C.; GUIMARÃES, G.; COUTINHO, C. KATAOKA, V. Y. Educação Estatística no Ensino Básico: currículo, pesquisa e prática em sala de aula. **Em Teia** – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, vol. 2, número 2, 2011.

BURIASCO, R. L. C., CYRINO, M. C. C. T.; SOARES, M. T. C. (2004, julho). Um estudo sobre a construção de um manual para correção das provas com questões abertas de matemática – AVA2002. In: **Anais** do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Educação Matemática: um compromisso social, Recife, PE, Brasil.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília : MEC/SEF, 1998.

CAMPOS, S. R. **A educação estatística**: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação. Tese (Doutorado) Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

CARVALHO, J. E. F. **Média aritmética nos livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

CAZORLA, I. M. **A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos**. Tese (Doutorado) Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

CAZORLA, I. M. O Ensino de Estatística no Brasil. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática**–GT12, 2004. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/gt_12/arquivos/cazorla.htm>. Acesso em: 13 abr. 2013.

CAZORLA, I. M.; GUSMÃO, T. C.; KATAOKA, V. Y. Validação de uma Sequência Didática de Probabilidade a partir da Análise da Prática de Professores, sob a Ótica do Enfoque Ontossemiótico. **Boletim de Educação Matemática (Bolema)**, Rio Claro (SP), v. 24, n. 39, p. 537-560, ago. 2011.

COSTA, W. N. G.; PAMPLONA, A. S. Entrecruzando Fronteiras: a Educação Estatística na formação de Professores de Matemática. **Boletim de Educação Matemática (Bolema)**, Rio Claro (SP), v. 24, n. 40, p. 897-911, dez. 2011.

COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOU, S. A.; SILVA, M. J. F. O desenvolvimento do letramento estatístico a partir do uso do Geogebra: um estudo com professores de matemática. **Revemat**, Florianópolis, (SC), v. 07, n. 2, p. 246-265, 2012. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/index>>. Acesso em: 24 fev. 2015.

DAMIN, Willian. **Ensino de Estatística para os anos finais do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciência e Tecnologia), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2014.

ESTEVAM, E. J. G. **(Res)significando a Educação Estatística no Ensino Fundamental**: análise de uma sequência didática apoiada nas Tecnologias de Informação e Comunicação. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Presidente Prudente. 2010.

FERNANDES, J. A.; MORAIS, P. C. Leitura e Interpretação de Gráficos Estatísticos por Alunos do 9º Ano de Escolaridade. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.13, n.1, p. 95-115, 2011

GUIMARÃES, G.; GITIRANA V.; MARQUES, M.; CAVALCANTI, M. R.A Educação estatística na educação infantil e nos anos iniciais. **ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp**, v. 17, n. 32, p. 11-28, jul/dez. 2009. Acesso em: 05 abr. 2013.

LEITE, A. P. F. **Estimativa de Medidas de Tendência Central**: uma intervenção de ensino. (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2010.

LEMOS, M. P. F. **O desenvolvimento profissional de professores do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental em um processo de Formação para o ensino e aprendizagem**

das Medidas de Tendência Central. Tese (Doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2011

LIMA, S. A.; SANTOS JUNIOR, G.; WALICHINSKI, D.; PEREIRA, L. B. C. Gestão do ensino de estatística e probabilidade no Brasil entre os anos de 2001 a 2010: teses e dissertações de cursos recomendados pela Capes. **Revista Espacios**, v. 34, n. 9, p. 15, 2013. Disponível em <<http://www.revistaespacios.com/>>. Acesso em: 20 de out. 2013.

LOPES, C. A. E. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil.** Tese (Doutorado). Faculdade de Educação da UNICAMP, Campinas, 2003.

_____. Reflexões teórico-metodológicas para a Educação Estatística. In: LOPES, C. E.; CURTI, E. (Org.) Pesquisas em Educação Matemática: **Um encontro entre a teoria e a prática.** São Carlos: Pedro & João Editores, 2008.

MAGINA, S.; CAZORLA, I.; GITIRANA, V., GUIMARÃES, G. Concepções e concepções alternativas de média: Um estudo comparativo entre professores e alunos do Ensino Fundamental. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, n. especial 2, p. 59-72, 2010. Editora UFPR. Disponível em <<http://www.scielo.br/pdf/er/nspe2/04.pdf>> Acessado em 07 de jan. 2013.

MARNICH, M. A. **A knowledge structure for the arithmetic mean:** relationships between statistical conceptualizations and mathematical concepts. 2008. 195 f. Tese (Doctor of Education) – Graduate Faculty of the School of Education. University of Pittsburgh. Pittsburgh/Pennsylvania, 2008. Disponível em: <http://d-scholarship.pitt.edu/9109/1/MarnichM_etdPitt2008.pdf>. Acesso em 09 jan. 2014.

MORAES, R. (1999). Análise de conteúdo. **Revista Educação.** Porto Alegre, n.37, ano XXII, p.7-31. Disponível em:<http://cliente.argocom.br/~mgos/analise_de_conteudo_moraes.html>. Acesso em: 18 mai 2013.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes curriculares da educação básica: Matemática.** Paraná: SEED/DEB, 2008.

RIBEIRO, S. D. **As pesquisas sobre o Ensino de Estatística e da Probabilidade no período de 2000 a 2008:** uma pesquisa a partir do banco de teses da capes. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2010. Disponível em <http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/principal_prof.html>. Acesso em: 05 abr. 2013.

STELLA, C. A. **Um estudo sobre o conceito de média com alunos do Ensino Médio.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2003.

WALICHINSKI, D. **Contextualização no Ensino de Estatística:** uma proposta para os anos finais do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de

Ciências e Tecnologia), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa (PR), 2012.