

# Materiais didáticos para o ensino e aprendizagem da geometria

Educational materials for teaching and learning geometry

Pablo Roberto de Sousa Neto<sup>1</sup>  
Marisa Rosâni Abreu da Silveira<sup>2</sup>

## Resumo

O presente texto tem o objetivo de responder a seguinte questão: como as vivências dos estudantes – no âmbito da própria linguagem – com materiais didáticos contribuem para o ensino e aprendizagem da geometria? Para tanto, analisamos como os estudantes interagem com os materiais, suas linguagens e como relacionam o conhecimento da geometria às suas vivências cotidianas. O estudo foi realizado com base na filosofia da linguagem de Wittgenstein. Para o uso dos materiais didáticos apoiamos-nos nas ideias de Lorenzato. Percebemos nos relatos dos estudantes o conceito negativo formulado por eles com relação às aulas de geometria – no sentido de não os instigarem para a aprendizagem. A interação com os materiais didáticos permitiu aos estudantes a percepção e compreensão de traços e formas geométricas muitas vezes não perceptíveis nos desenhos feitos na lousa pelo professor. A experiência relatada ocorreu no campus Timon do Instituto Federal do Maranhão (IFMA) por meio da proposição de uma das oficinas na 12ª Semana Nacional de Ciência e Tecnologia – realizada no período de 20 a 23 de outubro de 2015.

**Palavras-Chave:** Materiais Didáticos. Linguagem. Geometria.

## 1 Introdução

Percebemos enquanto professores de matemática que os estudantes demonstram dificuldades em realizar cálculos para encontrar medidas de dimensões, ângulos, áreas e volumes de figuras geométricas. Pensamos que, possivelmente, um dos aspectos que contribui para esta nossa percepção seja a ausência do conhecimento científico em suas vivências práticas.

---

<sup>1</sup>Doutorando em Educação em Ciências e Matemática (REAMEC/POLO UFPA), Professor do EBTT do Instituto Federal do Maranhão (IFMA/CAMPUS TIMON), *E-mail:* pablo.neto@ifma.edu.br

<sup>2</sup> Doutora em Educação (UFRGS), Prof<sup>a</sup>. Associada ao Programa de pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal do Pará, *E-mail:* marisabreu@ufpa.br

Geralmente os materiais didáticos utilizados nas aulas de geometria têm sido basicamente pincel ou giz e apagador, que, a nosso olhar, promovem a reprodução de imagens na lousa que não representam objetos da realidade cotidiana dos estudantes, que muitas vezes se traduzem em leituras distorcidas daquilo que se pretendia ensinar. Isso contribui para a não relação da geometria com a realidade vivenciada por cada um, pois reconhecem os objetos geométricos apenas no plano teórico da matemática e não conseguem identificá-los em seus fazeres diários.

Na década de noventa, Vasconcellos (1995, p.18) afirmava que:

O processo ensino aprendizagem pode ser assim sintetizado: o professor passa para o aluno, através do método de exposição verbal da matéria, bem como de exercícios de fixação e memorização, os conteúdos acumulados culturalmente pelo homem, considerados como verdades absolutas. Nesse processo predomina a autoridade do professor, enquanto o aluno é reduzido a um mero agente passivo. Os conteúdos, por sua vez, pouco têm a ver com a realidade concreta dos alunos, com sua vivência.

Nossa concepção – baseada em nossas vivências de sala de aula – é que, após vinte anos, pouco mudou. Os estudantes ainda são vistos como espectadores passivos, não oportunizados – pelo professor – a fazer parte da construção de sua própria aprendizagem. Muitos professores, enraizados ainda no velho método de aula tradicional<sup>3</sup>, não buscam interagir com os estudantes, acreditando que os conteúdos devem ser transmitidos conforme foram reproduzidos no livro didático, pois as gerações de sua época assim aprenderam, não estimulam a crítica, a curiosidade, o questionamento. Impõem ao aprendente a aceitação de um conhecimento já dado, pronto, tido como verdade absoluta, imutável.

As situações supracitadas nos conduziram a investigar a seguinte questão: como as vivências dos estudantes – no âmbito da própria linguagem – com materiais didáticos contribuem para o ensino e aprendizagem da geometria?

---

<sup>3</sup>Entendemos por aula tradicional aquela em que o professor busca somente transmitir aos estudantes conteúdos prontos, tidos como verdades absolutas, enquadrando-os em comportamentos passivos, como meros receptores, levando-os a aceitarem tais verdades, sem serem oportunizados à reflexão, crítica, raciocínio livre.

Nesta perspectiva, ministramos na 12ª Semana Nacional de Ciência e Tecnologia a oficina *Um olhar sobre o ensino da geometria por meio de materiais didáticos*, com o propósito de investigar se a inserção de materiais didáticos nas aulas de geometria, por meio de uma linguagem própria do estudante, com o objetivo de proporcionar-lhes uma vivência prévia sobre formas e traços geométricos, contribui para a aprendizagem.

## 2 Referencial Teórico

Entendemos que a geometria constitui-se como uma das áreas relevantes para o desenvolvimento do ser humano, uma vez que na medida em que o sujeito vai relacionando o conhecimento científico da geometria com suas vivências e consegue percebê-lo nas relações pessoais, sociais e com o mundo, passa a olhar de forma mais atenciosa, questionadora, crítica, e a compreender as nuances daquilo que está em sua volta.

Sobre esta importância, Kalson (1961, p. 3) já evidenciava que:

Desde o seu aparecimento na terra, o homem tem recorrido à matemática; [...] Para encurtar o caminho na curva de um rio ele abria um atalho retilíneo através do capim da estepe – junto ao leito dos rios – e com isto traçava a primeira corda de um arco. Fabricava vasos, que eram seus padrões de medida, efetuando assim as primeiras determinações de volume. E precisava a posição de um animal na estepe, de um cume de montanha, talvez de um astro, dizendo: “Trace uma linha reta que passe por estas duas árvores, um palmo para a esquerda, e então encontrará o lugar ao qual me refiro...” – e isto já era, praticamente, uma construção geométrica.

Desse modo, fazendo uma analogia a essa recorrência do homem à geometria com a nossa realidade atual no campo da educação matemática, compreendemos que os professores de geometria precisam ser instigados a desenvolver materiais didáticos que levem o estudante a superar suas dificuldades de aprendizagem. É necessária uma relação da geometria ensinada em sala de aula com objetos existentes em algum contexto, por exemplo: o cotidiano.

As mudanças que contribuam com o processo educacional são de

fundamental importância para o acompanhamento do dinamismo da sociedade e das transformações no que se refere à informação e comunicação, sendo necessário que o ensino da geometria acompanhe a evolução social, cultural e educacional, para que os estudantes possam levar seus conceitos para as práticas pessoais, sociais e profissionais (OLIVEIRA, 2007).

Se antes era necessário fazer rabiscos para registrar formas da natureza e das construções feitas pelo homem, hoje é importante saber que o volume de informações e conteúdos que envolvem a geometria é de ordem complexa. É necessário refletir, interpretar, projetar, moldar, compreender, resolver problemas das mais variadas formas, para enfrentar as situações postas.

Entendemos que o ensino deve estar estruturado em alguma teoria do conhecimento. De nada vale todo o esforço para a construção de metodologias e métodos se estes não estiverem alicerçados em uma teoria do conhecimento. É fundamental que o conhecimento seja trabalhado em situações originais<sup>4</sup>, olhando o estudante como um ser que interage socialmente no meio em que vive, socializando: experiências, conhecimentos, sentimentos. Nosso objetivo é apontar possibilidades para o ensino da geometria através da interação dos sujeitos com o meio onde estão inseridos e também com outros sujeitos na perspectiva de compreender ‘o *porquê*’ de ensinar determinado conteúdo e como o estudante significa-o em sua vida.

Baseados nestes pensamentos, procuramos realizar a oficina supracitada de forma que os 25 estudantes participantes pudessem interagir uns com os outros e também com os materiais didáticos, para com isso, possivelmente, perceberem formas e traços geométricos muitas vezes imperceptíveis no desenho feito na lousa pelo professor. Não somente isso, mas também que eles pudessem realizar trocas de experiências, compartilhando pensamentos durante o contato

---

<sup>4</sup>Os estudantes devem ser olhados – além das quatro paredes da sala de aula – como pessoas que interagem com outras pessoas nos seus fazeres diários. Os conteúdos, a nosso ver, não devem ser trabalhados de forma isolada e desconecta da realidade (condições sociais, culturais, étnicas, geográficas, dentre outros) do coletivo.

direto com os materiais didáticos, buscando relações entre os materiais e objetos existentes no cotidiano.

Sobre os materiais didáticos buscamos apoio nos pensamentos de Lorenzato. Para o autor o material didático se configura principalmente em materiais concretos, palpáveis, manipuláveis, definindo-o como “qualquer instrumento útil ao processo de ensino aprendizagem” (LORENZATO, 2006, p. 18).

Segundo Lorenzato (2006, p.17) “palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimentos. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar”. Neste aspecto, compreendemos que é necessário o uso de materiais didáticos para explicitar o sentido pretendido na linguagem, posto que para resolver problemas de geometria é necessário a construção de imagens pelo professor para que o aprendente consiga identificar o que é pedido no problema. Muitas vezes, apenas descrições verbais não são suficientes para compreender de que figura o problema trata, devendo haver uma articulação entre a linguagem e o material didático.

A construção de imagens na lousa muitas vezes não é suficiente, ainda mais quando se trata de figuras com três dimensões. Os estudantes veem rabiscos fora de contexto – fruto da imaginação e habilidade de desenho do professor – e não conseguem fazer relações com objetos do dia a dia.

De acordo com Lorenzato (2006), não é de hoje que se procura usar materiais concretos educativos em sala de aula. Muitos professores de diferentes épocas foram simpatizantes do uso desse tipo de material, pois acreditavam que sua utilização mediaria o processo de ensino e aprendizagem da geometria.

É importante destacar que o ensino da geometria não será concretizado apenas no uso do material didático, pois não “ultrapassa a categoria de meio auxiliar de ensino, [...], e, como tal, o MD não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa e não substitui o professor.” (LORENZATO, 2006, p. 18). A eficiência do material didático depende da forma como o professor irá utilizá-lo no momento da mediação. Para isso, destacamos a importância da

linguagem que usará para explicar os elementos geométricos no material e a relação entre estes e os conceitos que se pretende ensinar, do que simplesmente o seu uso pelo uso.

Neste ponto, consideramos que mesmo o professor dispondo dos materiais didáticos para auxílio no ensino da geometria, se utilizados de maneira inadequada não trarão contribuições para o ensino e, conseqüentemente, para a aprendizagem. Mas, o que é utilizar os materiais didáticos de maneira inadequada? Na própria manipulação do material, fazendo relações equivocadas com objetos do cotidiano do estudante, contextos inadequados, como também o não conhecimento ou compreensão das teorias da aprendizagem. Neste aspecto, a nosso olhar, os materiais didáticos de nada contribuirão para o processo de ensino e aprendizagem.

Lorenzato (2006, p. 21) alerta para esse fato:

convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno. E o MD pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático.

Caso o professor já disponha do material didático em sala de aula, como ele fará para desenvolver a *atividade mental* se ele não tem acesso ao pensamento do estudante? Outro ponto importante que precisamos considerar nesse processo é com relação à *linguagem*. Neste ponto, nos apoiamos nas ideias do filósofo austríaco Wittgenstein (1983) que compreende que a matemática fundamenta-se nos *jogos de linguagem*.

Jogo de linguagem para Wittgenstein é a analogia entre o jogo e a linguagem porque ambos seguem regras. As regras de um jogo são definidas *a priori* por seus participantes e as regras da gramática definem como devemos usar as palavras com sentidos para nos comunicar com nossos pares. Usamos as palavras de tal modo que tenha uma *forma de vida*. Ou seja, as palavras pronunciadas têm sentido em um determinado contexto de comunicação. Podemos nos inserir em uma variedade de jogos de linguagem, tais como quando contamos uma história, calculamos, traduzimos de uma língua para outra, etc. Em

suma, quando as palavras pronunciadas apresentam sentido para quem as pronuncia e as escuta.

Os textos matemáticos são regidos por regras matemáticas, por meio de uma linguagem própria, que busca sentido único em suas proposições, sendo função do professor em conjunto com os estudantes interpretá-las. Cabe ao professor o papel de ensinar, entretanto, ele não tem acesso ao pensamento do estudante, é por meio da linguagem que conduzirá seu trabalho no âmbito do ensino da matemática, contribuindo para a compreensão de palavras do repertório do campo desta pelo aprendente, considerando o alargamento de seu vocabulário.

É importante que o estudante se aproprie da linguagem matemática para que possa compreender suas regras próprias, desenvolver o raciocínio lógico necessário para soluções de problemas geométricos e também para estabelecer possíveis relações com o cotidiano. Segundo Wittgenstein, é no uso das palavras que compreendemos seus significados. Palavras ditas de forma isolada ou dentro de outro contexto podem ter significados diferentes. De acordo com Wittgenstein:

A expressão “*jogo de linguagem*” deve salientar aqui que falar uma língua é parte de uma atividade ou de uma forma de vida. Tenha presente a variedade de jogos de linguagem nos seguintes exemplos, e em outros:  
Ordenar, e agir segundo as ordens –  
Descrever um objeto pela aparência ou pelas suas medidas –  
Produzir um objeto de acordo com uma descrição (desenho) –  
[...] (WITTGENSTEIN, 2013, p. 27)

Para Wittgenstein (2013) os jogos de linguagem estão presentes nas formas de vida. A geometria também se fundamenta nos jogos de linguagem. Como exemplo, usaremos o problema: *Qual é a medida do volume de um cubo que possui uma esfera inscrita com raio medindo 10 cm?* Como faz o professor para que o estudante visualize e compreenda o que vem a ser uma esfera inscrita em um cubo? Desenhar um cubo na lousa não nos parece ser uma tarefa difícil, mas desenhar uma esfera tangenciando internamente as seis faces do cubo em seus pontos centrais não nos parece ser tão trivial. Naturalmente o professor fará uso dos jogos de linguagem para tentar descrever a figura ao estudante, mas, a

nosso olhar, encontrará dificuldades, considerando a complexidade do desenho. Para este exemplo sugerimos a construção de um material didático: adquirir uma bola e a partir de sua dimensão construir um cubo que mantenha suas faces tangenciando a bola. Para a solução do problema o aprendiz deve perceber que a medida do diâmetro da esfera é a mesma medida da aresta do cubo. Para isso, é necessário o uso do material didático em conjunto com os jogos de linguagem, tomando certos cuidados uma vez que a linguagem natural é polissêmica e pode levar a interpretações equivocadas. É importante que o professor permita que o próprio estudante perceba a relação entre o diâmetro e a aresta, contendo-se para não fornecer tal informação. Caso contrário, não estará estimulando o raciocínio, a reflexão, a descoberta, o aprendizado.

Deve-se tomar bastante cuidado com o uso das palavras em sala de aula, pois palavras só ganham 'vida' (sentido) dentro do contexto no qual são mencionadas, são os jogos de linguagem. Por exemplo, na linguagem matemática o estudante pergunta: Quem é o elemento '*a*'? O professor responde: *o elemento 'a' é positivo e pertence ao conjunto dos números inteiros*. Na linguagem policial, o repórter pergunta: O sujeito cometeu algum crime? O policial responde: *positivo, este elemento pertence ao submundo do crime*. Observa-se que as mesmas palavras – elemento, positivo e pertence – foram usadas em ambas as situações, mas ganharam sentidos diferentes por causa do contexto, das regras acordadas pelos integrantes de cada situação, os jogos de linguagem.

Nas palavras de Silveira (2014, p. 8):

Uma regra matemática aplicada em contextos diferentes assume sentidos diferentes, assim como um determinado símbolo utilizado em situações distintas pode apresentar significados diferentes. Todas estas situações que são confusas para o aluno podem ser esclarecidas nos jogos de linguagem entre seus colegas e seu professor. Apostamos o entendimento da matemática na linguagem, desse modo, é necessário que o professor escute o aluno para saber aquilo que ele não sabe.

A autora acrescenta ainda que é “no jogo de linguagem que o professor pode compreender a lógica do aluno e o aluno compreender a lógica da matemática com o auxílio do professor” (SILVEIRA, 2014, p. 11).

Nesta perspectiva, é importante que durante o uso do material didático os estudantes interajam com o material, uns com os outros, com o professor, cabendo a este último mediar todas as vezes que perceber que a linguagem natural usada pelos aprendentes estiver se encaminhando para sentidos distantes do sentido implícito na linguagem matemática.

### **3 Discussão e Resultados**

A Semana Nacional de Ciência e Tecnologia (SNCT) é um evento coordenado pela Secretaria de Ciência e Tecnologia para Inclusão Social do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação (Secis/MCTI). O evento é realizado em nível nacional nos meses de outubro, concomitantemente nos Institutos Federais do País, desde 2004. A finalidade é mostrar a importância da Ciência e Tecnologia (C&T) para a vida das pessoas, para o desenvolvimento do país e também para que instituições de ensino divulguem seus trabalhos e pesquisas.

A 12ª Semana Nacional de Ciência e Tecnologia foi realizada no período de 20 a 23 de outubro de 2015. Nossa participação, no evento supracitado, ocorreu no campus Timon do Instituto Federal do Maranhão (IFMA).

Percebemos que o ensino da matemática vem passando por processos de mudanças, tanto de conteúdos quanto de metodologias. Entendemos que a geometria tem uma função relevante no desenvolvimento do estudante como ser social, pois o mundo que está em sua volta é composto por traços, formas, construções geométricas – presentes na natureza e nas construções feitas pelo homem – que necessitam de compreensão e intervenção.

Nesse sentido, é necessário que o estudante seja preparado não apenas para fazer provas e passar de ano, mas para relacionar o conhecimento científico da geometria com suas vivências práticas do dia a dia, exercer a função de cidadão esclarecido e compreender aquilo que está em sua volta.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), na década de noventa, apontavam que:

a matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios (BRASIL, 1998, p. 27)

A escola, a nosso olhar, dificulta o processo de aprendizagem quando trabalha com a metodologia de ensinar conteúdos geométricos de forma isolada, repetitiva, sem aplicações no cotidiano, produzidos por pessoas que possivelmente não conhecem a realidade em que vive o aprendiz. Esse método de ensino não estimula a curiosidade, investigação, descoberta, não permite a construção do raciocínio, reflexão, discussão, análise, autonomia, não busca sentidos, significados, não valoriza os conhecimentos que os aprendizes trazem consigo, sua realidade, condições sociais, geográficas, étnicas.

Nessa perspectiva, apresentamos nossa oficina aos 25 estudantes da cidade de Timon do Maranhão, dentre eles: estudantes do IFMA e pessoas da comunidade local.

Esta investigação é de abordagem qualitativa e pautada nos estudos das ciências sociais, sendo a educação um campo desta. Com relação aos objetivos é descritiva, onde a opinião dos agentes sociais, suas atitudes, valores fazem parte do plano da subjetividade humana (MINAYO, 2010; GIL, 2012).

Como coleta de dados utilizamos um teste diagnóstico inicial e outro final, após os experimentos para perceber se os materiais didáticos contribuíram ou não com o processo de ensino e aprendizagem da geometria. Os diagnósticos foram realizados por meio de questionários, procedidos de forma verbal, considerando os aspectos dos jogos de linguagem. Os relatos dos estudantes registrados neste texto foram feitos por transcrição de áudios gravados durante a oficina. A observação participante também foi utilizada como técnica de coleta de dados por meio das anotações no diário de campo do pesquisador. A fase empírica foi desenvolvida através da produção de material didático, elaborado pelo pesquisador, visto como instrumento articulador entre prática e teoria, em que os estudantes foram oportunizados a vivenciar a construção do conhecimento científico da geometria partindo da prática.

Buscamos, durante a oficina, na perspectiva dos jogos de linguagem, estratégias que fizessem com que os estudantes interagissem uns com os outros e também com os materiais, cabendo a nós a função de observar e mediar.

A primeira atividade que trabalhamos foi a resolução da torre de Hanói (Figura 01). Uma atividade que estimula o pensamento, raciocínio lógico, concentração, coordenação motora, reflexão. Escolhemos um estudante aleatoriamente e pedimos para ele resolver a torre com apenas três discos, considerando que a dificuldade aumenta quando se aumenta o número de discos. A resolução da torre consiste em transferir todos os discos de uma coluna para outra, um a um, sem sobrepor um disco maior a um menor. Durante a resolução o estudante escolhido teve ajuda de seus colegas e juntos resolveram a torre com três discos. Em nenhum momento interferimos dizendo que apenas o estudante escolhido deveria resolver o problema, permitimos o diálogo, a troca de ideias, o compartilhamento de estratégias, a interação.



**Figura 01:** torre de Hanói com três discos

**Fonte:** fotografia tirada pelo autor

Aumentamos para quatro discos. A interação foi mais acentuada, a quantidade de movimentos para resolver a torre também aumentou. Novamente se reuniram em volta da torre de Hanói e juntos mais uma vez resolveram o problema. Instigados, foram desafiando o problema e chegaram a resolver a torre com até seis discos. O que nos chamou a atenção foi a interação do grupo, um

ajudando o outro, que até parecia que o problema era de todos, não somente do escolhido. Quando resolviam a torre, era uma vibração ‘recheada’ de emoção, vitória, dever cumprido. Percebemos que os jogos de linguagem entre os participantes foram mais significantes que o próprio material didático. Talvez não houvesse notável participação se tivéssemos mostrado o caminho a ser seguido, pois eles não estariam exercitando a linguagem, a troca de ideias.

Em outra atividade trabalhamos a equivalência entre litro e decímetro cúbico (Figura 02). Para esta atividade procuramos algo do cotidiano dos estudantes que os instigasse à curiosidade. Procuramos a comparação entre o líquido de um famoso refrigerante e um recipiente feito de zinco com capacidade para um decímetro cúbico. Esta atividade quando da sua realização gerou curiosidades e comentários do tipo: “*poxa tá ‘estruindo’ refrigerante... dava pra merendar*”. É claro que não íamos incentivar o desperdício, ainda mais numa época em que a sociedade vive num período de esgotamento dos recursos. O líquido que parecia com o do refrigerante original era a mistura de água com anilina na cor preta, para dar mais credibilidade ao nosso falso refrigerante colocamos uma tampa do original.



**Figura 02:** equivalência entre litro e decímetro cúbico  
**Fonte:** fotografia tirada pelo autor

Muitos afirmaram que a quantidade de líquido era maior que a capacidade do recipiente de zinco e que por esse motivo o líquido iria transbordar. Outros

procuraram relacionar o conhecimento científico sobre conservação de volume com a prática, que na voz de um deles, registramos: “ *vimos com um professor... que ele disse que um litro é um decímetro cúbico... se o refrigerante é um litro e o decímetro cúbico é igual a um litro... é... então não sobrar e nem vai derramar... vai dar ‘certim’* ”. Não estávamos preocupados, no momento, com a linguagem natural ou matemática, e sim com a formulação de ideias, pensamentos, raciocínio lógico, percepções. Na fala do estudante percebem-se claramente alguns erros quanto à linguagem matemática e portuguesa. Estamos oportunizando-os ao uso da intuição, da imaginação, do raciocínio. Entretanto, quando a linguagem não era compreendida ou era dita de forma distorcida, por consequência dos jogos de linguagem, entrávamos em cena para mediar, não dando respostas, mas fazendo indagações para que eles refletissem e através das reflexões chegassem às suas conclusões.

Com a noção do que seria na prática um decímetro cúbico, indagamos: quantos decímetros cúbicos são necessários para obter um metro cúbico? Apresentamos oito placas de isopor nas dimensões  $1m \times 0,5m$ . Propomos então o desafio: construir um recipiente com um metro cúbico dispondo apenas das placas de isopor, fita gomada, pincéis, régua e cola. O desafio foi aceito (Figura 03). Com base na medida de um decímetro, foram aos poucos construindo o metro cúbico. Notável, novamente, a interação, um ajudando o outro, a troca de ideias, um convencendo o outro que sua ideia era melhor, outro refutando, mas ao fim entravam num consenso. O resultado foi satisfatório (Figura 04).



**Figura 03:** construção do metro cúbico  
**Fonte:** fotografia tirada pelo autor

Com a ideia do espaço ocupado pelo recipiente construído com capacidade para  $1m^3$ , buscamos refletir em conjunto com os estudantes sobre situações da realidade que envolvem tal medida.

Das opiniões dos participantes, registramos:

*“ um dia vi que na conta de água da minha casa... tinha no talão... cobrando por metro cúbico ”*

*“ lembro que meu pai disse que o caminhão dele ... é... como é que se diz... leva quatro metros cúbicos de areia ”*

*“ olha aí... aí tem mil decímetros cúbicos... então acho que é mil litros ”*

*“ ah... então aquelas caixas d’água redondas de mil litros... tem um metro cúbico ”*

Percebe-se que a oficina proporcionou aos estudantes a noção do que seria um metro cúbico, que até então, a nosso olhar, só conheciam pelo signo ‘ $1m^3$ ’. Pensamos que o ensino da geometria trabalhado somente no plano teórico se perderá no esquecimento quando não articulado com aplicações práticas. A atenção era constante, queriam participar, expressar seus pensamentos. Em nossas observações não percebemos dispersão por parte de nenhum deles. Buscavam por meio de seus relatos – linguagem – trazer situações de seu cotidiano para relacionar com o metro cúbico.



**Figura 04:** metro cúbico  
**Fonte:** fotografia tirada pelo autor

Na sequência trabalhamos uma oficina que permitiria perceber a famosa relação no triângulo retângulo que leva o nome de Pitágoras. Construimos sobre um quadro inutilizado três triângulos com *Espuma Vinílica Acetinada* (EVA): um acutângulo, um retângulo e um obtusângulo. Em seguida, a partir da medida de cada lado dos respectivos triângulos construimos quadrados com palitos de ‘churrasquinho’ (Figura 05). Para medir a área de cada quadrado, construimos com *Medium Density Fiberboard* (MDF) quadradinhos como unidade de medida. Usamos para facilitar o trabalho dos estudantes as medidas: 4, 4 e 4 para o triângulo acutângulo; 3, 4 e 5 para o retângulo; 3, 4 e 6 para o obtusângulo. Não usamos medidas padrões, a exemplo do centímetro. A atividade além de causar o fenômeno da percepção da relação Pitagórica, propiciava a mensuração de áreas, tendo o quadradinho de MDF como unidade de medida.

A atividade mais uma vez ocorreu com a interação dos participantes, mediada pelas regras de linguagem acordadas entre eles. Com os quadradinhos de MDF foram preenchendo todos os quadrados maiores. Perguntamos a eles: quantos quadradinhos cabem em cada quadrado formado com palitos de churrasquinho?

Tivemos como respostas:

*“ no triângulo amarelo deu 9... é... 16 e 36 quadradinhos ”*

*“ no roxo... acho que é roxo... deu tudo igual a 16 ”*

*“ já no azulzinho deu 9, 16 e 25... é isso mesmo ”*



**Figura 05:** relação Pitagórica  
**Fonte:** fotografia tirada pelo autor

De fato, a nosso olhar, eles não apresentaram dificuldades para verificar quantos quadradinhos couberam em cada quadrado formado com palitos de churrasquinho. Porém, quando fizemos a pergunta: qual a área de cada quadrado formado com palitos de churrasquinho? Alguns se mantiveram calados, outros registraram como resposta:

*“ temos que medir os lados pra poder multiplicar ”*

*“ ô professor... eu acho que essas medidas não são centímetros ”*

Neste ponto, percebemos que o conhecimento ensinado em sala de aula foi insuficiente para responder o questionamento, pois na concepção dos estudantes é necessário que haja uma medida em alguma unidade convencional, a exemplo do centímetro, para em seguida fazer o uso da fórmula memorizada por eles:  $A = l^2$ , sendo “A” a medida da área e “l” a do lado.

A forma de ensino que coloca o estudante como espectador passivo em sala de aula, pautada na transmissão de conteúdos prontos, que se resume no plano teórico no aspecto de fazer contas, através do uso de fórmulas, não

oportuniza o estudante à reflexão, ao questionamento, ao pensamento livre, além de prejudicar a relação do conhecimento científico com a prática. Sabemos que para medir a área dos quadrados feitos com palitos não é necessário que o quadradinho esteja mensurado em centímetros. O que ocorre na prática é uma comparação. Gostaríamos de ter escutado alguma resposta do tipo: as áreas dos quadrados associados ao triângulo roxo medem 16 unidades de área cada uma, sendo esta unidade o quadradinho de MDF.

Continuamos a atividade. Perguntamos a eles: vocês perceberam alguma relação entre os valores ditos por vocês em cada triângulo sobre o número de quadradinhos que couberam nos quadrados formados por palitos de churrasquinho?

De imediato, registramos as falas:

*“ sim... eu notei que no azul as quantidades dos quadrados menores deu ‘certim’ no quadrado maior ”*

*“ é verdade... é porque nove mais dezesseis é vinte e cinco ”*

Fenômeno ocorrido, ficamos satisfeitos com o resultado e acrescentamos mais uma pergunta: porque nos outros triângulos não aconteceu o mesmo?

Registramos:

*“ porque não tem ângulo de noventa neles ”*

*“ porque não são retângulos igual a esse ”*

*“ porque não possuem ângulo reto ”*

Este fato lembra algum conteúdo estudado? Alguns responderam que não. Imaginamos que provavelmente eles não viram o conteúdo ou já esqueceram. Porém, registramos respostas como:

*“ é aquele negócio lá de Pitágoras ”*

*“ kkkkkkk... é o teorema de Pitágoras ”*

*“ é mesmo... é aquela coisa que envolve hipotenusa e cateto ”*

Quem viu o conteúdo anteriormente percebeu a relação com o teorema de Pitágoras, já quem não viu vivenciou o fenômeno e compreendeu a relação na

prática, quando o professor trabalhar tal conteúdo, acreditamos que o estudante compreenderá melhor, uma vez que não pensará apenas no plano teórico.

Um conteúdo que, a nosso olhar, causa aos aprendentes consideráveis dificuldades é o cálculo de dimensões, áreas e volumes de sólidos geométricos com três dimensões. Pensamos que um dos aspectos que contribuem para essas dificuldades é a não compreensão da figura desenhada na lousa pelo professor.

Para que o estudante proceda com alguma conta na geometria – aplicação de fórmulas – é necessário primeiramente que ele compreenda de que figura o problema trata: seus traços, formas, medidas, dentre outros. Considerando que os recursos didáticos usados na maior parte das escolas do país são pincel ou giz e apagador, compreendemos a dificuldade do estudante. Nesta perspectiva, fizemos uma atividade para projetar e construir figuras geométricas com três dimensões.

Para a atividade utilizamos compensado perfurado, cabo de vassoura e fios de lã. Afixamos com parafusos os compensados nos cabos de vassoura conforme Figura 06. Esta atividade proporciona a visualização de traços da figura muitas vezes obscuros no desenho feito na lousa. A vivência do estudante com esse tipo de material didático de forma prévia permitirá a compreensão de relações usadas nos cálculos feitos pelo professor, uma vez que identificará o objeto a qual o professor se refere. A exemplo: **ver** a altura da pirâmide, o apótema da pirâmide e o apótema da base **como** um triângulo retângulo (conceito de Wittgenstein: ‘*ver*’ e ‘*ver como*’). Sendo a pirâmide um sólido geométrico dificilmente se perceberá tal triângulo. A relação Pitagórica supracitada é utilizada durante o cálculo para se obter medidas de segmentos nos triângulos retângulos visualizados (Figura 06). Muitos estudantes não compreendem, pois não conseguem visualizar tais triângulos no desenho feito na lousa.



**Figura 06:** pirâmide quadrangular  
**Fonte:** fotografia tirada pelo autor

Este tipo de material didático contribui de forma significativa para a compreensão das figuras geométricas por parte dos estudantes. Estudantes diferenciados com relação a problemas visuais também serão oportunizados à compreensão dos traços e formas geométricas, uma vez que poderão percebê-los através do tato. Como mostrar a altura de uma pirâmide, de um prisma, de um tronco de pirâmide, o apótema, dentre outros, a estudantes com deficiência na visão? O professor deve procurar na linguagem uma maneira de fazer com que o estudante tenha uma noção de que figura está sendo trabalhada. O material didático construído da forma apresentada, a nosso olhar, contribuirá para que estudantes percebam *através da linguagem* em conjunto com o tato segmentos que passavam despercebidos nas aulas de geometria.

Na sequência, apresentamos o seguinte problema: construir o lugar geométrico dos pontos de um dado plano cujas distâncias a dois pontos fixos desse plano têm soma constante. A princípio nos parece um problema com certo grau de dificuldade. Apresentamos a eles a chamada sinuca elíptica (Figura 07). A sinuca tem o formato de uma elipse e apenas um único buraco para encaixar a bola. Como jogar? Solicitamos aos estudantes que colocassem a bola em um ponto qualquer da mesa elíptica. A tacada deve ser dada na bola de modo que

esta toque apenas uma vez a borda da mesa e na sequência caia no buraco. Colocamos todos os estudantes para dar umas tacadas. Vivenciaram mais essa atividade. Alguns conseguiram encaçapar a bola, outros não. Estavam curiosos e persistentes em desenvolver técnicas para encaçapar a bola de maneira precisa.



**Figura 07:** sinuca elíptica  
**Fonte:** fotografia tirada pelo autor

A linguagem técnica própria da matemática, que visa expressões com único sentido, sem ambiguidades ou ideias distorcidas, muitas vezes dificulta a aprendizagem de quem ainda não tem considerável vocabulário nessa área do conhecimento, que convive com uma linguagem natural, polissêmica, de acordo com as regras negociadas por grupos em seus contextos.

Para compreender o problema citado, solicitamos que eles afixassem dois pinos em um EVA. Em seguida amarrassem um cordão em ambos os pinos. Com um pincel ou caneta esticassem o cordão e num movimento em torno dos pinos fossem riscando o EVA conforme Figura 08.

Fizemos então o questionamento: que figura vocês encontraram?

Registramos algumas respostas:

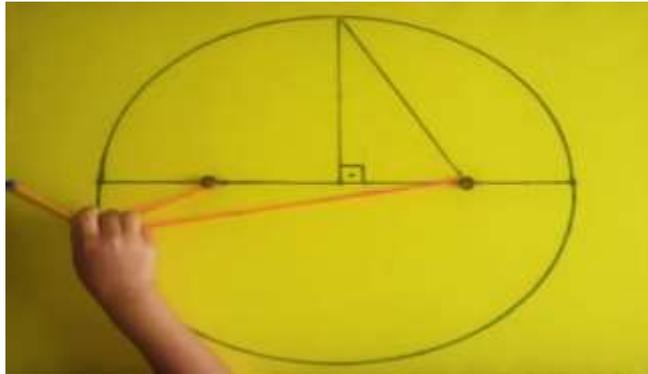
“ *uma oval* ”

“ *um círculo achatado* ”

“ *eu acho que é uma elipse* ”

“ parece uma elipse ”

Apresentar em sala de aula uma definição do tipo “Dados dois pontos distintos  $F_1$  e  $F_2$ , pertencentes a um plano  $\alpha$ , seja  $2c$  a distância entre eles. Elipse é o conjunto dos pontos de  $\alpha$  cuja soma das distâncias a  $F_1$  e  $F_2$  é a constante  $2a$  (sendo  $2a > 2c$ )” (IEZZI, 2005, p. 168), numa linguagem alheia ao vocabulário do aprendente, nos parece não contribuir para a aprendizagem. O professor parece querer que o estudante memorize tal definição e que a partir disso proceda a efetuar exaustivos cálculos. Talvez se o estudante vivenciasse na prática o que seria uma elipse poderia compreender posteriormente a definição imposta.



**Figura 08:** construção da elipse  
**Fonte:** fotografia tirada pelo autor

Trabalhamos também nesta atividade a relação Pitagórica, envolvendo as medidas dos ditos: semieixo maior, semieixo menor e meia distância focal. Mostramos que o cordão é do mesmo tamanho do eixo maior da elipse, para que compreendessem o significado da constante.

Com a ideia de elipse, voltamos à sinuca. Os estudantes perceberam que o buraco na mesa da sinuca estava localizado conforme um dos pontos que colocamos os pinos e colocaram a bola buscando localizar o outro. Perceberam com isso que as chances de encaixar aumentavam.

Ao final, pedimos que os participantes da oficina fizessem de forma espontânea uma avaliação apontando pontos que consideraram durante a mesma.

Registramos algumas falas:

*“bom inicialmente agradecer os professores... que é um trabalho bem esforçado... é uma coisa que a gente admira bastante... porque é legal agente conhecer pessoas que transmitam pros alunos a vontade de aprender... a questão do dinamismo... do companheirismo que a gente percebeu bastante aqui... por exemplo... pessoas que não tinham relações passaram a ajudar um ao outro... e foi isso que vocês mostraram... foi uma coisa bem legal... e também levar essa questão da matemática como reflexão pra nossa vida... é... fazer também... que a gente possa... é... não só enxergar essa visão em relação aos números... mas também uma coisa que a gente vá aprender de uma forma divertida... de uma forma bem dinâmica... e também pelas palavras faladas aqui na última atividade... foi uma coisa bem legal... então agradecer o trabalho de vocês... um trabalho maravilhoso... e foi um prazer conhecê-los”*

*“queria aqui... é... agradecer né... você falou que teve um grande esforço da parte de vocês... e que eu achei muito interessante por que... foi de forma bem prática... coisas assim cotidianas da gente... da matemática... que agente costuma... que os alunos principalmente da nossa faixa etária assim... dizer que matemática é um terror... é o bicho papão de sete cabeças e tal... e o professor aqui mostrou de uma forma bem prática... bem prazerosa... de uma forma que a gente brinca... aprendendo matemática... de uma forma bem prática assim... que não é aquela conta toda de fazer no quadro e tal... de fazer operações difíceis e tal... de uma forma bem lógica... bem prática... e futuramente poderia ser aplicado na sala de aula... acho que é isso que o senhor tá buscando... e que eu queria dar os parabéns também pelo seu trabalho... que com certeza a gente vai tirar algum proveito disso”*

*“eu também só tenho a agradecer vocês... quando eu falei assim... quando me perguntaram que minicurso eu ia fazer... eu falei que seria esse... algumas*

*peças me falou... é... vai ser chato... aquela coisa monótona... quando eu cheguei aqui eu vi que não... vocês se esforçaram bastante... sei que dá muito trabalho produzir tudo isso... esses kits... esses materiais pra ministrar o minicurso... foi muito legal... foi de uma forma bem dinâmica... não foi aquela coisa monótona que todo mundo achava que seria... no quadro... um slide... uma coisa do tipo... foi muito interessante... foi muito legal... bastante mesmo”*

*“primeiramente eu gostaria de agradecer aos professores... e... a instituição também né... por ter feito o evento... por ter criado né... essa oportunidade da gente ter acesso a um novo conhecimento... não só aquele conhecimento de assistir aula no quadro e o professor escrever e pronto... o professor fica na sala de aula explicando o conteúdo... o aluno finge que aprende... o professor às vezes finge que ensinou... e... quando a gente tem um evento dessa grandeza... eu como aluno de fora... vim... minha irmã falou que tinha o evento... eu preferi faltar aula pra está aqui... e... não me arrependi... gostei... foi muito proveitoso... porque são vivências que a gente leva pra vida... eu tenho a certeza que todos aqui foram criticados... há vai assistir palestra de matemática... bicho papão... isso é chato... não sei o quê... como o rapaz falou agora pouco... mas quem tá aqui vai levar isso pra vida... foram experiências que vocês vão daqui a sete ou oito anos... vão lembrar disso aqui... né... é simples e fácil de se aprender... quanto mais simples melhor de se aprender... e foi isso que vocês passaram de maneira simples... de maneira espontânea... legal né... foi isso que ficou marcado... todo conhecimento te faz crescer... te faz algo diferente um pouquinho dos demais... então mais uma vez meus parabéns... todos demonstraram que gostaram e que aprenderam algo e isso é bom pra vida... é isso”*

*“eu queria deixar aqui meu agradecimento pelo esforço de vocês... que criaram aqui essa dinâmica que serviu muito para a gente ver nosso potencial”*

Analisando as falas, percebemos que os estudantes buscam aprender aquilo que está relacionado com suas vidas. Conceituam a matemática como disciplina difícil de aprender, criticam a forma de ensinar, demonstram aversão

pela disciplina. Possivelmente, um dos aspectos que contribui para esse tipo de conceito seja a ausência de significados reais no cotidiano de cada um.

Percebe-se também que os estudantes não conseguem relacionar o conteúdo exposto na lousa com suas vivências. Atribuem ao método usado pelo professor adjetivos como “*chato*”, deixam claro que não se sentem instigados/motivados para aprender. Neste aspecto, eles avaliaram de forma positiva a inserção dos materiais didáticos na sala de aula, colocando que os mesmos levam à interação, participação, troca de ideias, apontando que pessoas que não tinham muita aproximação passaram a dialogar, interagir, compartilhar conhecimento.

#### **4 Algumas Considerações**

A não relação entre cálculo e figura geométrica, a nosso olhar, contribui para o fracasso no ensino da geometria. O estudante não percebe as correspondências entre ‘letras’ usadas nas contas e a parte da figura a qual se referem. O professor até tenta desenhar na lousa a figura referente ao que pretende ensinar, mas o estudante torna-se ‘refém’ da linguagem usada na exposição, que deve ser explicada e traduzida pelo professor.

Os jogos de linguagem têm uma forma de vida nas palavras pronunciadas que buscam sentidos para a tarefa proporcionada pelo professor. O uso de materiais didáticos nas aulas de geometria promove o debate entre os estudantes, troca de ideias, contribui para minimizar as diversas formas de abstração existentes na concepção do aprendente, proporciona a visualização das figuras geométricas, além de tornar as aulas de matemática dinâmicas, interativas, participativas. Permitem uma aproximação da matemática teórica com o fazer na prática, contribuem para esclarecer traços muitas vezes obscuros no desenho feito na lousa pelo professor.

Nesse contexto, é importante que além da apresentação aos estudantes de materiais já confeccionados, o professor propicie também a eles condições para

que construam outros materiais. Tal experiência, de acordo com Lorenzato (2006), garantirá que o estudante possa tirar o maior proveito possível dos materiais, pois, durante a construção, surgem imprevistos e desafios que acabam por conduzi-los à elaboração de raciocínios, conjecturas, soluções. Segundo Lorenzato (2006, p. 27) “serão mais benéficos à formação dos alunos, porque, de posse do MD, as observações e reflexões deles são mais profícuas, uma vez que poderão, em ritmos próprios, realizar suas descobertas”.

Todo estudante quando vai à escola leva consigo uma realidade de vida. A nosso olhar, essa realidade não pode ser ignorada pelo professor. É necessário que o professor tenha conhecimento da realidade vivida pelos aprendentes. Consideramos esse ponto fundamental para o planejamento e desenvolvimento da disciplina. O professor deve ser um mediador, motivador, desafiar seus educandos, instigá-los à busca de conhecimentos, fazer com que sua aula seja um local de prazer e descobertas, em que os estudantes sintam vontade de estar presentes, não por obrigação, mas por se sentirem úteis em sala de aula.

O ensino da geometria está intimamente ligado à capacidade do sujeito em perceber, identificar, compreender o papel da matemática no mundo contemporâneo, na perspectiva de atender suas necessidades no cumprimento do papel de cidadão esclarecido, consciente, reflexivo, crítico.

Pensamos que quando o processo de ensino e aprendizagem rompe com a racionalidade tradicional e integra a sala de aula com um ambiente de interação individual e coletiva entre estudantes, professores, materiais didáticos, dentre outros, propiciando o aprender a aprender, a reflexão, a crítica, atividades e ações educativas, o estudante passa a compreender melhor os conteúdos, o mundo em sua volta, a relacionar o conhecimento científico da geometria visto em sala de aula com objetos presentes em sua realidade cotidiana.

## Referências

BARBOSA, José Juvêncio. **Alfabetização e Leitura**. São Paulo: Cortez, 1990.

BICUDO, M. A. V. **Ensino de Matemática e Educação Matemática: algumas**

- considerações sobre seus significados.** Bolema. a. 12, n.13, p. 1-11, 1999.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: 1998.
- D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática.** São Paulo, SP: Ática, 2001.
- D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática.** Campinas, SP: Papirus, 1996.
- D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação: reflexão sobre educação e matemática.** Campinas: SUMMUS/UNICAMP, 1986.
- DESCARTES. René. **Discurso do Discurso do método.** In: coleção os pensadores 1ª ed. São Paulo-SP: Abril-Cultural, 1973.
- IEZZI, Gelson. **Fundamentos de Matemática Elementar.** V 07 . 5ed. São Paulo: Atual, 2005.
- KALSON, Paul. **A magia dos números.** Rio de Janeiro, RJ: Editora Globo, 1961.
- LORENZATO, Sérgio Aparecido. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis.** In: LORENZATO, Sérgio (org.). O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006.
- LORENZATO, Sérgio. **Para aprender matemática.** Campinas: Autores Associados. 2006.
- LORENZARO, Sergio. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006.
- LORENZATO, Sergio. **Por que não Ensinar Geometria?** A Educação Matemática em Revista, Ano III, n. 4, 1º semestre, Blumenau: SBEM, 1995.
- LORENZATO, Sergio. **Porque odeio a Matemática.** In: XI Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2003, Blumenau. Resumos da XI CIEM. Blumenau/SC: Universidade Regional de Blumenau, 2003. v. 1. p. 17-17.
- MORIN, Edgar. (org.) **Educação e Complexidade: os sete saberes e outros ensaios.** 2ed. São Paulo - SP: Cortez, 2004,103p.
- MOURA, M. O. et al. **A atividade orientadora de ensino como unidade entre o ensino e aprendizagem.** In: MOURA, M. O. (Org.). A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural. Brasília: Liber Livro, 2010.
- MOURA, M. O. **O jogo e a construção do conhecimento matemático.** In: O jogo e a construção do conhecimento na pré-escola. São Paulo, n. 10, 1991.

OLIVEIRA, Inês Barbosa de. **Reflexões acerca da organização curricular e das práticas pedagógicas na EJA**. In: Educar. Curitiba: editora UFPR, n. 29, 2007, p. 83-100.

PIAGET, J. **Biologia e Conhecimento**. 4ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.

SILVEIRA, M. R. A. da (2005). **Produção de sentidos e construção de conceitos na relação ensino/aprendizagem da matemática**. Tese de Doutorado em Educação. Porto Alegre, UFRGS.

SILVEIRA, M. R. A. da. **Linguagem, matemática e conhecimento**. V Jornada Nacional de Educação Matemática e XVII Jornada Regional de Educação Matemática Universidade de Passo Fundo – Passo Fundo, Rio Grande do Sul – 05 a 07 de maio de 2014.

SILVEIRA, M. R. A. da. **Aplicação e interpretação de regras matemáticas**. São Paulo: Revista Educação Matemática e Pesquisa da PUC, 2008, vol. 10, p. 93-113.

SOARES, M. **Letramento: um tema em três gêneros**. Belo Horizonte: Autêntica, 1998.

VASCONCELLOS, Celso dos S. **Construção do conhecimento em sala de aula**. 3ª edição. São Paulo: Libertad e Centro de Formação e Assessoria Pedagógica, 1995.

VIGOTSKI, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. 2.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Gramática Filosófica**. São Paulo: Edições Loyola, 2003.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Remarques sur les fondements des mathématiques**. Mayenne: Éditions Gallimard, 1983.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Observaciones sobre los fundamentos de la matemática**. Madrid, Alianza, 1987.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações Filosóficas**. 8 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.