

Explorando o Teorema das Quatro Cores em Performances Matemáticas Digitais

Exploring the Four Color Theorem in Digital Mathematical Performances

Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva¹

Gabriel Souza Gregorutti²

Resumo

Neste artigo apresentamos uma discussão fundamentada na investigação de performances matemáticas digitais (PMDs), as quais abordam o Teorema das Quatro Cores (T4C). PMD se refere ao uso das artes e das tecnologias digitais em Educação Matemática, concebida enquanto linha de pesquisa, proposta didático-pedagógica e/ou narrativa matemática artística multimodal. Metodologicamente, os dados foram produzidos a partir da realização de um curso de extensão universitária no qual licenciandos em Matemática criaram 5 PMD do tipo *Harlem Shake*. Foram explorados diferentes aspectos acerca do T4C e diversificadas nuances sobre o fazer matemático (performático). Sendo este um estudo de natureza qualitativa, do ponto de vista interpretativo-analítico, destacamos a natureza artística-multimodal das PMDs enquanto narrativas digitais, a ludicidade e criatividade fomentada pela comunicação artística na atividade matemática coletiva e a construção de imagens alternativas sobre a matemática e os matemáticos. Os resultados apresentados corroboram com a perspectiva de que PMD é uma possibilidade/alternativa metodológica diferenciada para o ensino-aprendizagem de matemática, a qual integra o uso das artes e das tecnologias digitais visando a inovação didático-pedagógica em Educação Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Artes. Tecnologias Digitais.

1 Introdução

Na literatura, encontramos diversificadas possibilidades de diálogo entre Matemática e Artes. Nesse sentido, pensando no âmbito da Educação

¹ Professor assistente doutor do Departamento de Educação da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Campus de São José do Rio Preto. Integrante do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM), UNESP, Campus de Rio Claro. Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, Campus de Rio Claro. E-mail: ricardos@ibilce.unesp.br.

² Aluno de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Campus de Rio Claro. Integrante do Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM), UNESP, Campus de Rio Claro. E-mail: gabrielgregorutti@gmail.com.

Matemática, as possibilidades de interlocuções conceituais entre Matemática e Artes podem ser exploradas do ponto de vista didático-pedagógico, oferecendo meios para o ensino-aprendizagem de diversificados conteúdos em geometria, álgebra e outras áreas. Contudo, além da abordagem conceitual entre Matemática e Artes no ensino-aprendizagem de Matemática, é possível vislumbrar outro tipo de interlocução: as artes podem ser utilizadas enquanto recurso semiótico, ou seja, enquanto modo/meio de comunicação e representação matemática (SCUCUGLIA, 2012).

Dentro dessas interlocuções, encontram-se, por exemplo, discussões acerca de temáticas como estética, padrões e simetrias (SINCLAIR; PIMM; HIGGINSON, 2006), fractais / representações gráficas-computacionais de objetos matemáticos-geométricos (BANCHOFF; CERVONE, 1998), história da música (ABDONOUR, 2002), artes visuais (ZALESKI FILHO, 2013), etnomatemática e *art-design* (GERDES, 2010), ensino de frações por meio de ensino de música (COURAY; BALOGH; SIKER; PAIK, 2012), dentre outras temáticas.

Assim, de acordo com Schaaf (1948):

A matemática é, do ponto de vista artístico, uma criação de novos ritmos, ordens, imagens e harmonias, e do ponto de vista do conhecimento, é um estudo sistemático dos vários ritmos, projetos e harmonias. A matemática é, de um lado, o estudo qualitativo das estruturas de beleza, e do outro lado é a criadora de novas formas artísticas de beleza (SCHAAF, 1948, p. 50).

Nesse sentido, introduzimos a noção denominada *Performance Matemática Digital* (PMD), a qual diz respeito ao uso integrado das artes (performáticas) e das tecnologias digitais em Educação Matemática (SCUCUGLIA, 2012). Na realidade, a expressão PMD vem sendo concebida de diferentes maneiras: (i) enquanto linha de pesquisa em Educação Matemática em fase de implementação e consolidação; (ii) possibilidade metodológica para o ensino-aprendizagem de matemática por meio das artes e do uso de tecnologias digitais; (iii) enquanto vídeos digitais utilizados para comunicação de ideias matemáticas por meio das artes (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014).

Além disso, performance matemática (PM) pode ser concebida enquanto processo de comunicação de ideias matemáticas por meio das artes e PMDs

enquanto texto digital utilizado para representação de PMs (SCUCUGLIA, 2014). Nesse sentido, o presente estudo está baseado em parte de atividades realizadas no desenvolvimento de uma pesquisa cujo objetivo é investigar a produção de PMDs (conceituais), as quais visam explorar imagens alternativas sobre a matemática e os matemáticos³ (SCUCUGLIA, 2014).

As pesquisas sobre PMD começaram a ser desenvolvidas em 2006, a partir de um projeto canadense voltado à inovação artística-tecnológica em Educação Matemática. Algumas das inquietações emergentes nesse cenário de gênese da pesquisa em PMD foram:

O que aconteceria se os matemáticos e os educadores matemáticos se movessem fora do domínio da avaliação (onde performance assume um significado diferente), e usassem uma lente artística para “realizar performance” matemática? Se nós olharmos a matemática (fazendo, ensinando, aprendendo) como expressão performática, o que veremos (...)? Como nós podemos expressar e melhor desenvolver conceitos matemáticos através do drama ou virtualmente através de recursos digitais multimodais? Pensamento matemático e ensino e aprendizagem de matemática como performance podem ajudar desestabilizar e reorganizar nossa compreensão sobre o que significa fazer e ensinar matemática com tecnologia (GADANIDIS; BORBA, 2006).

Inicialmente, as pesquisas em PMD tiveram um caráter fundamentalmente exploratório, o qual foi sendo aprimorado ao longo dos anos. Ou seja, as pesquisas em PMD vem refinando seu enfoque investigativo, teórico e metodológico. Estudos específicos sobre as formações inicial e continuada de professores e lentes analíticas conceituais sobre PMD vêm sendo elaboradas (BORBA; GADANIDIS, 2008; SCUCUGLIA, 2012). O papel das artes e das tecnologias na produção de conhecimentos matemáticos é também um tema relevante em PMD (GADANIDIS; BORBA, 2008). Dentre tais especificidades, a imagem pública da matemática e dos matemáticos é uma temática de destaque em pesquisas sobre PMD (GADANIDIS; SCUCUGLIA, 2010).

³ Pesquisa financiada pelo CNPq (Processo: Universal 484970/2013-5).

Em tempo, antes de apresentar algumas considerações sobre a metodologia de pesquisa, consideramos relevante apresentar aspectos sobre o T4C.

O Problema das Quatro Cores trata da determinação do número mínimo de cores necessárias para colorir um mapa, de países reais ou imaginários, de forma a que países com fronteira comum tenham cores diferentes. Em 1852, Francis Guthrie conjecturou que 4 era esse número mínimo. Mas, não obstante a aparente simplicidade, só ao cabo de mais de cem anos, em 1976, se conseguiu provar que realmente a conjectura estava certa, obtendo-se o chamado Teorema das Quatro Cores.

O Problema das Quatro Cores tem a característica indubitavelmente fascinante de ser um problema matemático de formulação muito simples, a par duma enorme complexidade de resolução, que fez com que permanecesse por resolver durante mais de uma centena de anos (SOUSA, 2001, p. 125).

Nesse sentido, uma maneira de se enunciar o T4C é a seguinte: *Dado um mapa plano, dividido em regiões, quatro cores são suficientes para colori-lo de forma a que regiões vizinhas não partilhem a mesma cor.*⁴

Do ponto de vista da Filosofia da (Educação) Matemática (HERSH, 1993), não nos parece absurdo dizer que a demonstração do T4C tem consistência no âmbito da Matemática Aplicada, com uma prova realizada por meio de simulação computacional. Do ponto de vista formalista, há controvérsias com relação a prova do problema das 4 cores. De acordo com Secco (2013),

Appel e Haken construíram a prova do T4C adotando a segunda dessas posturas. Ocorre que ao invés de um conjunto inevitável com apenas quatro configurações, a prova efetiva do T4C contém um conjunto de 1498 configurações, construídas através da execução de cálculos via computador (SECCO, 2013, p. 31)⁵.

Com base em tais considerações, cabe ainda mencionar que o T4C vem sendo explorado também no âmbito educacional. Diversos tipos de jogos, atividades baseadas no uso de tecnologias digitais e provas visuais têm sido

⁴ pt.wikipedia.org/wiki/Teorema_das_quatro_cores

⁵ De acordo com Secco (2013), a segunda postura se refere a uma reformulação da estratégia de Kempe, a qual busca elaborar um modo mais complicado de implementá-la. O argumento de Kempe pode ser enunciado da seguinte maneira: “Se um mapa cinco-cromático (normal) minimal contém um país com, digamos, quatro vizinhos, então há uma mapa cinco-cromático com um número reduzido de países” (SECCO, 2013, p. 29).

exploradas em diversificados níveis de ensino, incluindo o estudo avançado do teorema em outras superfícies além do plano. Nesse sentido, fica também explicitada a relevância de se explorar o T4C em PMD.

2 Aspectos Metodológicos

As duas principais perspectivas metodológicas do presente estudo são: (i) estudo de caso (qualitativo) (STAKE, 2000) e; (ii) análise conceitual de PMD (SCUCUGLIA, 2012). O *estudo de caso* é uma possibilidade metodológica pertinente ao escopo desta pesquisa pois o objetivo proposto é específico, delimitado. Tal objetivo é enunciado da seguinte maneira: investigar PMDs produzidas por licenciandos em Matemática, as quais exploram o T4C e imagens sobre os matemáticos. De acordo com Ponte (2006), o estudo de caso:

É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenômeno de interesse (PONTE, 2006, p. 2).

As PMDs analisadas neste artigo foram produzidas a partir da realização de um curso de extensão universitária com duração de 20 horas, conduzido na Universidade Estadual Paulista, Campus de São José do Rio Preto. A produção das PMDs sobre o T4C foi realizada ao longo de duas sessões (8 horas), na qual participaram 15 licenciandos em Matemática. Embora a pesquisa em desenvolvimento proponha investigar tanto o processo de produção de PMDs como as PMDs produzidas, por uma questão de exequibilidade, optamos em focar nossa análise “apenas” nas PMD (produtos). A transição de registros de entrevistas semiestruturadas realizadas com participantes do curso também são consideradas enquanto dados no presente estudo (DENZIN; LINCOLN, 1994).

Analiticamente, destaca-se o modelo de análise conceitual de PMD proposto por Scucuglia (2012), que visa interpretar a natureza matemática-

artística-tecnológica-educacional de PMD com base na adaptação de uma teoria da área do cinema à Educação Matemática. Teoricamente, nesse cenário, Boorstin (1990) argumenta que “bons filmes” (filmes conceituais) oferecem à audiência três tipos de olhares: visceral, vicário e voyeurístico. O primeiro diz respeito a sensações intensas, quando a audiência sente intensas emoções (próprias). O olhar vicário é o olhar emocional, quando a audiência sente o que o ator está sentindo. O olhar voyeurístico é o olhar racional; diz respeito ao entendimento, plausibilidade e pertinência da narrativa (BOORSTIN, 1990).

Com base nas categorias de Boorstin (1990) na área do cinema, Scucuglia (2012) propôs quatro aspectos para caracterizar *PMDs conceituais*. Tais aspectos enfatizam a natureza da ideia ou conceito matemático explorado na PMD, o papel das artes e das tecnologias na produção de significados e conhecimentos matemáticos na constituição de coletivos pensantes e inteligências coletivas, a imaginação e criatividade artística e a qualidade tecnológica da PMD.

As categorias propostas por Scucuglia (2012) para elaboração e análise de *PMDs conceituais* são as seguintes:

1. *Surpresa matemática*: a ideia explorada deve oferecer surpresa a matemática, explicitando-a como atividade humana e estética;
2. *Sentido matemático*: a PMD deve comunicar claramente a ideia matemática de maneira conceitualmente correta;
3. *Emoções matemáticas*: se refere a natureza multimodal da narrativa digital, na qual são enfatizados modos alternativos de comunicação como a oralidade, a gestualidade, a espacialidade e a visualização, além da linguagem escrita tradicional no fazer matemático e a articulação entre multimodalidade e sensibilidade artística na narrativa matemática.
4. *Sensações viscerais*: diz respeito ao desejo em matemática e à aspectos estéticos como a identificação de padrões, simetrias, generalizações, etc.

Portanto, com base nas noções de estudo de caso e análise de PMD conceituais, foram analisadas 5 (cinco) PMD nas quais licenciandos em

Matemática exploram o T4C. Os títulos e os links de acesso a cada PMD são apresentados a seguir:

- **PMD1:** 4 Color Harlem Math Shake – Praise Version (https://youtu.be/062SIX_8lbk)
- **PMD2:** 4 Color Harlem Math Shake – Crazy Version (<https://youtu.be/YkRnU0i8Mmo>)
- **PMD3:** 4 Color Harlem Math Shake – Game Version (<https://youtu.be/DG8CkpUC6Es>)
- **PMD4:** 4 Color Harlem Math Shake – Multiple Images Version (<https://youtu.be/AnzN0wY4qhg>)
- **PMD5:** 4 Color Harlem Math Shake (https://youtu.be/wG_ku9resmc).

3 Harlem Math Shake, Cena 1: o Teorema das 5 Cores

As cinco PMDs produzidas analisadas neste estudo são do tipo *Harlem Shake*. O *Harlem Shake* pode ser considerado um tipo de performance dramática-musical a qual tornou-se um “*hit* da internet”, ou seja, muitas pessoas de diversas localidades do mundo criaram *Harlem Shakes* e publicaram seus vídeos, principalmente no canal YouTube (www.youtube.com).

Basicamente, há um padrão narrativo no enredo de um *Harlem Shake*, o qual pode ser descrito da seguinte maneira: (a) a performance tem duração de apenas 30 segundos e a mesma música é utilizada em todas as performances; (b) não há movimento de câmera, ou seja, o enquadramento de visualização é inalterado; (c) existem duas cenas principais; (d) na primeira cena, é exibido um ambiente no qual o comportamento da maioria das pessoas (ou dos fenômenos) são pertinentes ao ambiente; há apenas um aspecto estranho ao ambiente, geralmente, uma pessoa se comportando estranhamente; (e) a transição entre as cenas ocorre em sincronia com a intensidade da música; (f) na segunda cena, todos os participantes se comportam de modo estranho ao ambiente, geralmente, realizando coreografias ou movimentos frenéticos, muitas vezes utilizando figurinos “chamativos” (fantasias, máscaras, etc.).

Nas cinco PMDs produzidas, a primeira cena é comum a todas. Nessa cena, a audiência pode visualizar um grupo de pessoas (licenciandos em

Matemática) colorindo um mapa de modo que regiões fronteiriças não tenham cores em comum. Nesse caso, o grupo de participantes utiliza 5 cores diferentes para colorir uma das representações da identidade visual da Universidade Estadual Paulista (UNESP), a qual se refere a um mapa do estado de São Paulo formado pela tecelagem de representações triangulares. Cada pessoa que colore o mapa está vestindo roupas da mesma cor com a qual colore as regiões do mapa.

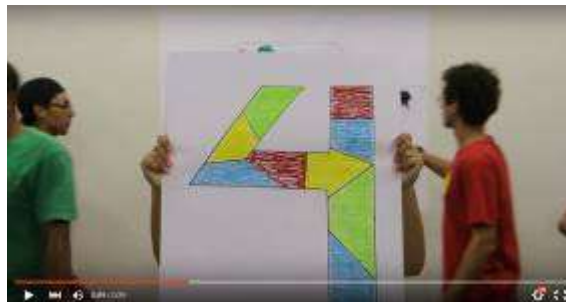
Do ponto de vista do enredo *Harlem Shake*, o grupo de pessoas colorindo o mapa diz respeito ao comportamento comum ao ambiente. A exceção ao *status quo* no ambiente é exercida por um participante que aparece esporadicamente em frente a câmera exibindo um cartaz contendo uma representação do número 4, cuja estrutura da representação foi colorida utilizando-se quatro cores.

Na Figura 1, é possível visualizar um dos momentos no qual os participantes colorem as regiões do mapa utilizando cinco cores. Na Figura 2, mostra-se um dos momentos no qual o participante diferenciado da primeira cena do *Harlem Shake* exibe o cartaz contendo uma representação do número quatro.

Figura 1: Cena 1A – *Harlem Shake*



Figura 2: Cena 1B – *Harlem Shake*



Portanto, a ideia matemática comunicada na primeira cena das cinco PMDs é de que o mapa está sendo colorido com a utilização de cinco cores, no entanto, sugere-se que ele pode ser colorido com a utilização de uma cor a menos, ou seja, que quatro cores são suficientes para colorir o mapa.

Nesse sentido, na primeira cena do *Harlem Shake* das PMDs, busca-se apresentar a demonstração de um caso particular do teorema das 5 cores e

apresentar *insights* sobre a possibilidade de se conjecturar o T4C. No âmbito da teoria dos grafos, podemos encontrar enunciados como:

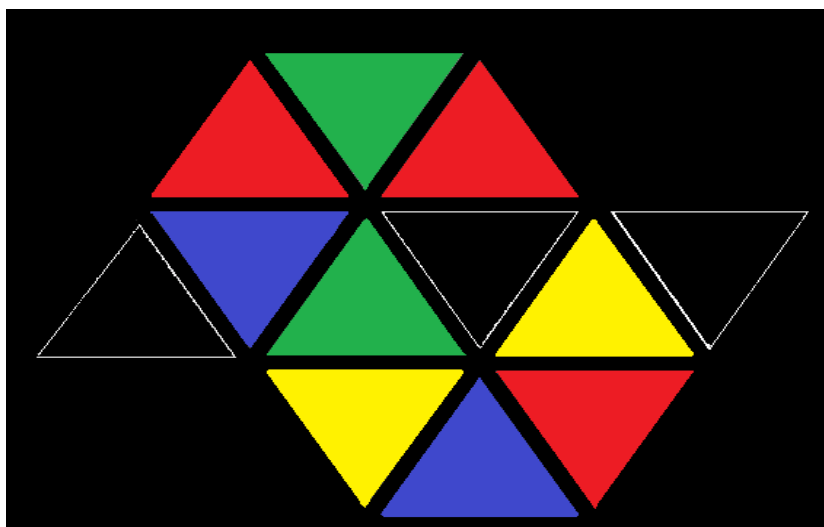
Teorema das Cinco Cores: Dado um mapa num plano, dividido em regiões, é possível colorir cada uma das regiões, de forma a que regiões vizinhas tenham cores diferentes e não usando no total mais de cinco cores.

Teorema das Cinco Cores: Se G é um grafo planar, então $\chi(G) \leq 5$.

As demonstrações matemáticas referentes a esses enunciados podem ser acessadas, respectivamente, em: www.atractor.pt/matviva/geral/t5cores/t5c.htm e www.ufsj.edu.br/portal2-repositorio/File/profmat/Divalde.pdf.

No caso explorado na primeira cena das PMDs *4 Color Harlem Math Shake*, pode-se apresentar a seguinte solução “otimizada” (Figura 3):

Figura 3: Solução “otimizada” de um caso particular do Teorema das 5 Cores explorado na primeira cena das PMD.



4 *Harlem Math Shake*, Cenas 2: explorando o T4C

Cada um das PMDs1-4 tem um enredo próprio na segunda cena. A PMD5 compila as em sua segunda cena as segundas das quatro primeiras PMDs.

Na PMD1 - *Praise Version* (Figura 4), o objetivo é explicitar à audiência, de maneira lúdica, o “prazer matemático”, ou seja, a possibilidade de sentir prazer ao explorar uma atividade ou problema matemático (em sala de aula). Nessa PMD

todos os participantes saúdam o personagem que na primeira cena mostrava o cartaz com a representação do número 4, pois comemoram o vislumbamento coletivo acerca da possibilidade de se colorir o mapa utilizando apenas quatro cores (T4C) ao invés de cinco. Do ponto de vista da análise conceitual de PMD (SCUCUGLIA, 2012), a PMD1 envolve emoção vicária e nuances de visceralidade, mas o sentido matemático pode ser considerado “vago” ou implícito pela audiência. Em termos de surpresas, considera-se este aspecto uma característica intrínseca a natureza do *Harlem Shake*. No entanto, a PMD1 não necessariamente apresenta uma “grande” surpresa matemática.

Figura 4: PMD1 – *Praise Version*



Na PMD2 - *Crazy Version* (Figura 5), a análise conceitual referente a PMD1 é análoga. A particularidade do enredo da PMD2 refere-se a sua “autenticidade” com relação a natureza do *Harlem Shake*, ou seja, com relação ao fato de todos os participantes estarem realizando ações “malucas”, estranhas ao ambiente. Especificamente, buscou-se explicitar em meio ao “comportamento maluco” uma imagem alternativa sobre o fazer matemático em sala de aula, um cenário que desconstruísse a imagem do aluno-matemático (futuro professor) como tendo suas experiências formativas vividas em um ambiente formal/tradicional. A PMD2 tem uma natureza subversiva com relação ao ambiente acadêmico discente autoritário tradicional em cursos de licenciatura em Matemática e ciências exatas em geral: há uma motocicleta na sala de aula, os participantes usam fantasias, etc. O que mais chamou sua atenção?

Figura 5: PMD2 – *Crazy Version*

A PMD3 – *Game Version* (Figura 6) é mais aprimorada em termos de sentido matemático. O jogo apresentado exhibe uma solução de um problema matemático essencialmente fundamentado no T4C. Além disso, a dimensão lúdica-pedagógica envolvida na exploração de um jogo atribuiu maior significância ao sentido matemático da PMD e ao seu papel educacional enquanto recurso didático-pedagógico digital.

Figura 6: PMD3 – *Game Version*

A PMD4 – *Multiple Images Version* (Figura 7), explora uma dimensão visual-artística. Não necessariamente, há um sentido matemático explícito relacionado ao T4C em cada uma das imagens, mas há um sentido matemático poético na sequência de imagens, a qual explora nuances voltadas a mensagens sublimares. Analogamente, a PMD5 (Figura 8) compila em uma mesma tela as PMD1-4, oferecendo a audiência todos os aspectos já mencionados com relação à análise conceitual, mas de modo a potencializar a dimensão visceral e vicária.

Figura 7: PMD4 – *Multiple Images Version*



Figura 8: PMD5 – *4 Color Harlem Math Shake*



5 Comentários Finais: Multimodalidade e a Imagem Pública da Matemática e dos Matemáticos

A multimodalidade é uma das características mais relevantes sobre PMD. Tradicionalmente, a comunicação e o fazer matemático estão fundamentados na linguagem escrita. Em sala de aula, a oralidade e a gestualidade também estão bastante presentes, mas esses modos de comunicação comumente não são fixados, ou seja, embora diversos modos de comunicação estejam envolvidos no processo de aprendizagem e de produção de significados e conhecimentos matemáticos, há certa hegemonia no que se refere a comunicação escrita em matemática, incluindo a realização de processos avaliativos (SCUCUGLIA, 2014).

Em contraste, ao se produzir um vídeo, é possível registrar/fixar múltiplos modos de comunicação: escrita, oralidade, sons, gestualidade, espacialidade, representações visuais, etc. A abertura semiótica fomentada pela acessibilidade e uso as tecnologias digitais (softwares com interfaces amigáveis, computadores e notebooks, câmeras digitais, *tablets*, telefones celulares, internet, redes sociais, etc.) vem fomentando a possibilidade de produção de novos tipos diferenciados de textos, principalmente os vídeos digitais. O novo cenário comunicacional oferece meios para a construção de ambientes de aprendizagem no qual novos tipos de significados e conhecimentos (matemáticos) podem ser produzidos

devido a emergente possibilidade em se fixar modos de comunicação antes secundários (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014).

Além disso, PMD permite integrar ao novo cenário semiótico a comunicação e representação matemática por meio de expressões artísticas. O que atribui outros aspectos à atividade matemática como a imaginação e a criatividade. A combinação “Tecnologias Digitais + Artes Performáticas”, a qual define a natureza da ideia de PMD, amplia, potencialmente, os limiares da aprendizagem em termos inovação didático-pedagógica em Educação Matemática. No entanto, estas são inferência em nível exploratório. Em termos de projeção efetivo-significativa na Educação Matemática, diversas ressalvas e limitações são reconhecidas (SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2013).

Finalmente, gostaríamos de mencionar algumas evidências acerca do papel das atividades de ensino e pesquisa em PMD com relação a imagem da pública da matemática e dos matemáticos. De modo geral, essas duas temáticas vêm sendo investigadas na Educação Matemática por pesquisadores como Furinghetti (1993), Lim (1999) e Picker e Bery (2000), os quais apontam diferentes razões pela qual a matemática é vista como uma ciência fria e absoluta, associada a sentimentos como medo e frustração. Os matemáticos, por sua vez, têm suas imagens relacionadas a estereótipos como *nerds*, loucos, antissociais, autoritários, estranhos, etc. No geral, as imagens socialmente e culturalmente associadas a matemática e aos matemáticos são, em sua maioria, negativas.

No âmbito da pesquisa em PMD, tem-se argumentado acerca da possibilidade de se construir e perpetuar imagens alternativas sobre a matemática e matemáticos por meio das artes e do uso de tecnologias digitais (GADANIDIS; SCUCUGLIA, 2010; GADANIDIS, 2012; SCUCUGLIA, 2014).

No contexto do estudo apresentado neste artigo, algumas evidências com relação a esses argumentos podem ser identificadas em trechos de discursos de licenciados em Matemática que participaram da produção das PMDs sobre o T4C, os quais foram obtidos por meio da realização de entrevistas (semiestruturadas).

A seguir, apresentamos um trecho transcrito de um dos discursos de um dos licenciandos participante da pesquisa:

Participante: O que eu achei interessante é que o processo teve certo cuidado de como a pessoa que sabe ou não o conceito, esteja em que nível ela está do conhecimento, como ela vai chegar a este conteúdo. Mesmo na música ou no vídeo, em todos os processos, a gente ficava pensando em como uma pessoa de fora iria enxergar o que estava acontecendo. Isso eu acho que foi muito importante para ter este cuidado com este conceito matemático, porque ele precisou ser passado de uma maneira que qualquer pessoa em qualquer nível de ensino pudesse ter acesso e reter algo realmente matemático que não fosse somente a diversão (...) A aproximação de nós mesmos com essas novas tecnologias também foi um grande crescimento para nós. O que eu captei é que às vezes a gente pense em criar performances, vídeos, músicas...e aí eu vou lá, professora, vou criar algo e passar para os alunos. Mas mudou a minha visão por que se meus alunos participarem, eles estarão aprendendo. É meio complicado trazê-los para o processo de criação, mas é viável.

Portanto, PMD é uma possibilidade de atuação em Educação Matemática baseada no uso das artes e das tecnologias digitais. Neste artigo, discutimos uma situação na qual foram produzidas PMD sobre o T4C. Consideramos muito importante que mais pesquisas e iniciativas didático-pedagógicas sobre PMD sejam realizadas por membros de nossa comunidade acadêmica e/ou por educadores em ambientes formativos, sejam eles escolares ou não.

Referências

ABDONOUR, O. J. **Matemática e Música**. O pensamento analógico na construção de significados. São Paulo, Brasil: Escrituras Editora, 2002.

BANCHOFF, T.; CERVONE, D. P. Surfaces beyond the Third Dimension. **Communications in Visual Math**, v1, n.1. Acessado em dezembro de 2010: <http://www.maa.org/cvm//1998/01/sbtd/welcome.html>, 1998.

BOORSTIN, J. **The Hollywood Eye**: What makes a movie work. New York: Corenlia & Michael Bessie Books, 1990.

BORBA, M. C.; GADANIDIS, G. Virtual communities and networks of practicing mathematics teachers: The role of technology in collaboration. In WOOD, T. (Series Editor); KRAINER, K. (Volume Editor). **International handbook of mathematics teacher Education**. Vol. 3. Participants in mathematics teacher education: individuals, teams, communities, and networks (pp. 181-209). Rotterdam, The Netherlands: Sense, 2008.

BORBA, M.; SCUCUGLIA, R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2014.

COURAY, Susan Joan; BALOGH, Endre; SIKER, Jody Rebecca; PAIK, Jae. Academic music: music instruction to engage third-grade students in learning basic fraction concepts. In: PRESMEG, Nora. **Educational Studies in Mathematics**. V. 81, n 2, October 2012.

DENZIN, N. K., & LINCOLN, Y. S. **Handbook of qualitative research**. Thousand Oaks: Sage. 1994.

FURINGHETTI, F. Images of Mathematics Outside the Community of Mathematicians: Evidence and Explanations. **For the Learning of Mathematics**, 1993. 33-38.

GADANIDIS, G. Why can't I be a mathematician? **For the Learning of Mathematics**. v. 32, n. 2, p. 20-26. 2012

GADANIDIS, G.; BORBA, M. **Digital Mathematical Performance**. 2006. Disponível em: <www.edu.uwo.ca/dmp>.

GADANIDIS, G.; BORBA, M. C. Our lives as performance mathematicians. **For the Learning of Mathematics**, 28, 2008. 44-51.

GADANIDIS, G.; SCUCUGLIA, R. Windows into elementary mathematics: alternate mathematics images of mathematics and mathematicians. **Acta Scientiae**, 12, 2010. 24-42.

GERDES, P. **Da etnomatemática a arte-design e matrizes cíclicas**. Belo Horizonte : Autêntica Editora, 2010.

HERSH, R. Proving is convincing and explaining. **Educational Studies in Mathematics**, 24, 385-399, 1993.

LIM, C. S. **Public Images of Mathematics**. Tese (Doutorado em Educação). 1ª. ed. United Kingdom: University of Exeter, 1999.

PICKER, S.; BERRY, J. Investigating pupils images of mathematicians. **Educational Studies in Mathematics**, 43, 2000. 65-94.

PONTE, J. P. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema**, v. 19, n. 25, p. 105-132. 2006.

SCUCUGLIA, R. **On the nature of students' digital mathematical performance: When elementary school students produce mathematical multimodal artistic narratives**. Alemanha: Verlag/LAP Lambert Academic Publishing, 2012.

SCUCUGLIA, R. Narrativas multimodais: a imagem dos matemáticos em performances matemáticas digitais. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 28, n. 49, p. 950-973, ago. 2014.

SCUCUGLIA, R.; GADANIDIS, G. Performance Matemática: Tecnologias Digitais e Artes da Escola Pública de Ensino Fundamental. In: BORBA, M. C.; CHIARI, A. S. S. (Org.). **Tecnologias Digitais e Educação Matemática**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, p. 325–363. 2013.

SECCO, G. D. **Entre Provas e Experimentos**: Uma leitura wittgensteiniana das controvérsias em torno da prova do Teorema das Quatro Cores. Tese (Doutorado em Filosofia). PUC-Rio. 203p. Rio de Janeiro: 2013.

SCHAAF, W. **Mathematics: Our Great Heritage** (essays on the nature and significance of mathematics), New York, NY, Harper and Brothers, 1948.

SINCLAIR, N.; PIMM, D.; HIGGINSON, W. (Eds). **Mathematics and the aesthetic: Modern approaches to an ancient affinity**. NY: Springer-Verlag, 2006.

SOUSA, L. O Teorema das Quatro Cores. **Millenium** - v. 24, 2001. Disponível em <http://www.ipv.pt/millenium/Millenium24/12.pdf>. Acesso em: 10.09.2015.

STAKE, R. Case Studies. In: DENZIN, N.; LINCOLN, Y. **Handbook of Qualitative Research**. 2nd. ed. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, 2000. p. 435-54.

ZALESKI FILHO, D. **Matemática e Arte**. São Paulo: Autêntica Editora. 2013.