

Os Saberes Docentes sobre o objeto matemático da Divisão.

The Teaching Knowledge about the Mathematical object of the Division

Edvonete Souza de Alencar¹

Resumo

Este artigo é um resultado parcial de uma pesquisa com formação de professores que teve como objetivo analisar as observações de professores sobre o desempenho de alunos fictícios em uma situação envolvendo o objeto matemático - divisão . Este estudo foi realizado em uma escola da rede pública de São Paulo com excelente índice de proficiência em Matemática em uma avaliação externa. Selecionamos para este estudo cinco professores que lecionam no 5º ano do Ensino Fundamental. Como referencial teórico embasamos nos autores que tocam os Saberes Docentes entre eles: Shulman (1986) e Ball e Bass (2003). Como fundamentação matemática utilizamos Vergnaud (1990). Os dados foram coletados por meio de questionários no qual os professores analisaram resoluções de alunos fictícios . Esta pesquisa identificou como os professores analisam as produções do alunos. Permitiu ainda a reflexão sobre a mudança na formação inicial e continuada desses educadores.

Palavras- chave: Saberes Docentes. Formação de Professores. Divisão.

Abstract

This article is a partial result of a research this teacher training that aims to analyze the observations of teachers on student performance in a fictional situation involving mathematical object - division. This study was conducted in a public school in Sao Paulo with an excellent level of proficiency in mathematics in an external evaluation. Selected for this study five teachers who teach in 5 ° years of elementary school. As theoretical based in authors who play in the Knowledge among Teachers: Shulman (1986) and Ball and Bass (2003). How we use mathematical foundation in Vergnaud (1990). Data were collected through questionnaires in which teachers analyzed student's fictitious resolutions. This research identified how teachers analyze student productions. It also allowed reflection on the change in initial and continuing training of educators.

¹ Doutoranda em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, professora de Educação Infantil e anos iniciais pela Prefeitura de São Paulo, e-mail:edvonete.s.alencar@hotmail.com

Keywords: Teacher Knowledge. Teacher Training Division

1 Introdução

O presente artigo apresenta dados parciais obtidos em uma pesquisa sobre a formação continuada de professores de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, desenvolvida pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Realizamos este estudo em uma escola da Rede Pública Estadual da cidade de São Paulo, no qual obteve excelente índice em uma avaliação externa no ano de 2009. Os sujeitos selecionados para a pesquisa foram os cinco professores que lecionam para o 5º ano do Ensino Fundamental, referido ano avaliado pelo Saresp – Sistema de Avaliação e Rendimento do Estado de São Paulo.

Nosso objetivo nesta pesquisa é analisar as observações de professores sobre o desempenho de alunos fictícios, na resolução de situações-problema envolvendo o objeto matemático divisão. Inicialmente apresentaremos a relevância do tema e os pressupostos teóricos que deram base ao estudo, assim como os procedimentos metodológicos efetuados, análise da questão proposta e os depoimentos dos docentes sobre o assunto.

2 Relevância e fundamentos teóricos

Em pesquisa realizada por Fiorentini (1995) há a indicação de poucos estudos desenvolvidos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Realizamos uma pesquisa nos artigos da Revista Zetetike publicados de 1998 a 2008, tomando como base o levantamento de pesquisas realizado por Marisol Vieira Melo e publicados neste periódico. Com isso confirmamos a assertiva de Fiorentini (1995), pois identificamos somente 71 estudos, ou seja, 3,47 % tem sua temática direcionada aos anos iniciais do Ensino Fundamental e destas publicações somente 24 (32,88%) relatam sobre formação de professores. Acreditamos, portanto que estudos como este devem ser incentivados, para que possamos

auxiliar nas práticas educativas dos profissionais da educação, que ao nosso ver é imprescindível para o desenvolvimento do ensino e aprendizagem.

Nesta pesquisa, das poucas dissertações e teses encontradas, daremos ênfase a temática aqui abordada, Saberes Docentes e divisão, aos estudos de Canoas (1997), Soares (2007) e Nürnberg (2008).

Canoas (1997) investigou quais as representações do professor das séries iniciais do Ensino Fundamental, identificou quais os livros utilizados pelos docentes e quais as principais características dos mesmos. Além disso, abordou que as representações dos professores são referenciais para os alunos na formação do conceito matemático. Quanto ao objeto matemático a autora identificou que os professores não conseguem explicar o significado do resto da divisão, esta percebeu ainda que no depoimento dos professores está relacionado a forma de como ensinar e não do que ensinar, possuindo assim muitas dificuldades.

Seu estudo foi intitulado “O campo conceitual multiplicativo na perspectiva do professor das séries iniciais (1ª a 4ª série), cujo objetivo foi investigar quais as representações do professor das séries iniciais do Ensino Fundamental no campo multiplicativo”. A coleta de dados foi realizada em dois momentos, o primeiro com a aplicação de teste inicial e desenvolvimento de uma oficina com duração de 4 horas e o segundo momento foi aplicado testes em três partes a primeira voltada à interpretação de uma situação problema pré-estabelecida, a segunda na interpretação dos problemas e a terceira centrada na competência algorítmica. Obteve como resultado de sua pesquisa que as representações dos professores são referenciais para os alunos no desenvolvimento do conceito matemático. A autora analisou os professores no campo psicológico e observou que os professores não conseguem dar significado ao resto da divisão, percebeu-se que os discursos dos docentes estão relacionados com a forma de como ensinar e não ao que se quer ensinar, possuindo assim dificuldade de contextualizar um problema, apresentando ainda dificuldade na escrita decimal e ideias centradas no campo aditivo. Quanto ao conhecimento matemático, em seu estudo, ela verificou que os educadores possuem imprecisão ao elaborar as situações-

problema e persistem na operação incorreta. Quanto à análise profissional, houve a utilização dos modelos e exemplos de regras que aparecem nos livros didáticos. Cabe ressaltar que a principal ferramenta do professor é a maneira como este interage com o conteúdo, com isso o livro didático é um complemento do processo de ensino e aprendizagem. Portanto, há a necessidade do professor dominar o conteúdo para ensinar. Assim a autora acredita que as formações continuadas devem ser modificadas.

Soares (2007) identificou as dificuldades dos alunos de 4º ano e 5º ano do Ensino Fundamental quando desenvolvem a divisão com números naturais. A autora percebeu que as dificuldades estão ligadas as estruturas físicas e materiais ou socioeconômicas dos alunos e como a matemática vem sendo abordada aos mesmos.

A autora realizou sua pesquisa intitulada “O ensino desenvolvimental e a aprendizagem de Matemática na 1ª fase do Ensino Fundamental”, cujo objetivo foi investigar como organizar o ensino de Matemática para que ocorra melhor aprendizagem dos alunos. A metodologia utilizada foi a aplicação da teoria desenvolvimental aplicada por uma professora à sua classe. A autora identificou as dificuldades de alunos das 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental com a Matemática, quando desenvolvem a divisão com números naturais. A finalidade desse estudo foi propor e implementar as etapas de um Ensino desenvolvimental para aprendizagem de um objeto de conhecimento da Matemática. Sua base teórica apoiou-se nos estudos de Davydov, fundamentado no método dialético do ensino com a mediação do aluno com o objeto de aprendizagem. Concluiu que, com a utilização do procedimento desenvolvimental houve uma melhora da aprendizagem, o aluno entendeu o conceito nuclear da divisão de modo significativo. Verificou também que as dificuldades não estão ligadas às estruturas físicas, materiais ou socioeconômicas dos alunos, mas surgem de múltiplos fatores, sendo um deles o modo como a Matemática vem sendo ensinada aos alunos. Essa pesquisa permitiu, segundo Soares (2007), que o professor refletisse sobre sua prática pedagógica, principalmente diante de tantas dificuldades como salas superlotadas, indisciplina dos alunos, falta de preparo e

tempo dos professores para que estudem e se preparem para a mudança. A autora relata que: “Fica difícil ensinar a pensar quando não se sabe pensar. Isso ocorre por fatores ligados a própria formação da professora enquanto aluna, ela mesma é fruto de um ensino tradicional”(SOARES, 2007, p.102)

Nürnberg (2008) desenvolveu um estudo identificando o lugar estrutural da tabuada no processo de ensino e aprendizagem. A autora observa que os docentes acreditam que a tabuada é um fator que permite maior agilidade na resolução das situações problema.

A autora realizou um estudo com a temática “Tabuada: significados e sentidos produzidos pelos professores das Séries iniciais do Ensino Fundamental”. Em sua pesquisa procurou “verificar o lugar que a tabuada ocupa na estrutura da atividade de ensino e aprendizagem, bem como suas implicações no processo de apropriação conceitual” (NÜRNBERG, 2008, p. 6). A pesquisadora utilizou-se de entrevistas semiestruturadas com doze professores da rede pública de Ludgero. Seu estudo concluiu que a tabuada se manifesta como ação pedagógica, que há um tempo destinado a seu ensino, que este segue uma sequência escolar, sendo indispensável seu conhecimento para o procedimento algoritmo da multiplicação e divisão. Além disso, o estudo aponta que, na maioria das vezes, os procedimentos realizados pelos professores são recursos didáticos, exercícios escritos e verbalização.

Analisa, ainda, quais fatores positivos e negativos relativos à tabuada e os processos de ensino e aprendizagem da Matemática são indicados pelos docentes analisados. O fator positivo relacionou-se à sua utilização e praticidade. Segundo os professores, a utilização da tabuada poderia favorecer uma maior agilidade na resolução das situações problema. Quanto ao fator negativo, a autora chama a atenção para as lembranças dos docentes, posto que eram negativas as experiências destes professores quando eram alunos.

Ressaltamos que todos os estudos citados deram suporte para a pesquisa que realizamos e nos mostra ainda fundamentos que ainda é uma questão relevante no qual devemos refletir sobre suas peculiaridades.

Para a elaboração do questionário e análise dos resultados utilizamos os conhecimentos citados por Shulman (1986): conhecimento do conteúdo específico (entendimento das características e peculiaridades do conteúdo); conhecimento pedagógico do conteúdo (maneira clara de explaná-lo para que ocorra o entendimento) e conhecimento curricular do conteúdo (relação do conteúdo com outras classes de conhecimento). Portanto, o autor assevera que com a formação da tríade destes conhecimentos teremos o Conhecimento Profissional Docente, elementos essenciais para o desenvolvimento do ensino.

As ideias de Shulman (1986) foram reelaboradas por Ball e Bass (2003), no qual as autoras aproximaram estas ideias ao contexto matemático abordando que a compreensão do entendimento das resoluções dos alunos (conhecimento específico), auxiliam os docentes na elaboração de suas ações pedagógicas (conhecimento pedagógico). A autora direciona ainda que ao darmos voz aos professores estes indicam o grau de compreensão do seu conhecimento específico, que é essencial para a análise das produções matemáticas dos alunos e a reelaboração das práticas pedagógicas.

Para referenciar nosso artigo aos saberes docentes utilizamos Tardif e Raymond (2000) que nos indicam que os saberes dos professores são adquiridos em suas experiências de vida, quando alunos e educadores. Os autores relatam que estes saberes tem estreita relação entre os saberes e o tempo, ou seja, os saberes são desenvolvidos de acordo com suas experiências de vida, sejam elas como estudantes ou como docentes. Os autores elaboraram um quadro de saberes com a relação entre estes com os lugares de atuação, instrumentos utilizados no trabalho e experiências adquiridas.

Quanto a análise do objeto matemático – divisão – embasaremos nos estudos de Vergnaud (1990) que relata sobre a Teoria dos Campos Conceituais, que estão ligados ao conjunto de situações. Daremos destaque a formação do conceito que segundo o autor deve ocorrer por meio de diferentes situações. O autor define que um conceito é formado pela tríade (**S, I e R**), sendo **S** – Situações, que promovem o conceito tornar-se significativo, **I** – são os objetos,

propriedades e relações que são chamadas de Invariantes, que são compostas por objetos, propriedades e relações, e **R** – Representações simbólicas.

Destacamos ainda que o objeto matemático estudado neste artigo é o que Vergnaud (1988) caracteriza como Campo Conceitual Multiplicativo. O referido campo é formado por situações que requerem uma multiplicação, uma divisão ou mesmo a combinação de ambas. Estão entre estas situações os problemas simples e os de múltiplas proporções. Lembramos que vários conceitos matemáticos necessitam do domínio dessas operações. Ressaltamos que os principais conceitos que envolvem as estruturas multiplicativas são: magnitude, escalar, relação e proporção, função e variável, função linear – bilinear e não linear, coeficiente constante, número racional, análises dimensional, espaço vetorial e combinação linear, dependência e independência.

Note-se que as estruturas aditivas diferem-se das estruturas multiplicativas, pois “as relações de base mais simples não são ternárias, são quaternárias, porque os problemas mais simples de multiplicação e divisão implicam na proporção simples de duas variáveis uma em relação à outra” (VERGNAUD , 1990, p. 144).

Vergnaud (2009) relata que as estruturas multiplicativas baseiam-se na “proporcionalidade simples, na proporcionalidade dupla e múltiplas” (p.209), nos diz ainda que situações envolvendo esta estrutura são complexas para os alunos.

3 Procedimentos metodológicos

Inicialmente para a escolha da escola pesquisamos nos relatórios de resultados do Saesp 2008 e 2009. Com isso, identificamos uma escola que superou um índice insuficiente em 2008 para um índice acima do adequado em 2009. A referida escola no ano de 2008, obteve na disciplina de Matemática o índice de 3,1788 e em 2009, de 7,4580, em uma escala de 0 a 10.

Cabe destacar que este estudo realizado em uma escola pública estadual, vem investigar quais ações os professores desenvolveram durante este ano para

obtenção de um excelente resultado. Portanto, selecionamos os professores que lecionavam para o 5º ano (cinco professores), segmento avaliado pelo Saesp.

Elaboramos um questionário contendo perguntas da referida avaliação externa, no qual os alunos tiveram dificuldade, entre estas questões uma abordando o objeto matemático da divisão, cálculo com papel e lápis. Além disso, colocamos nas questões resoluções de alunos fictícios para que os docentes pudessem analisar qual o grau de compreensão de cada resolução e quais as dificuldades dos discentes e sugerissem algumas intervenções pedagógicas. Este fato nos indicou os saberes docentes dos profissionais analisados.

Destacamos que para a elaboração deste questionário nos embasamos nos estudos de Ball e Bass (2003) em seu artigo *“Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching”*, que nos mostra qual Matemática o professor deve ensinar significativamente para que o aluno aprenda. As autoras indicam alguns exemplos demonstrando diferentes estratégias que nos deram o caminho para elaboração do questionário.

4 Descrição da questão analisada

Na questão apresentada aos docentes pretendíamos avaliar a habilidade 11 do Saesp, no qual é proposto o cálculo de um resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais. Cabe destacar que esta situação foi retirada do Relatório do Saesp 2009 e obteve índice 38% de acerto pelos estudantes.

Reiteramos que solicitamos ao professor que explicitasse aspectos que poderiam indicar o grau de compreensão de dois alunos ao resolver a operação. Elaboramos a questão e a produção dos alunos de forma que nos auxiliasse a ver como o professor avaliava a resolução da operação – divisão – apresentada por dois alunos.

Quadro 1: Questão envolvendo situação de divisão

Questão

H11- Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.

O resultado da divisão $9165 \div 13$ é

Aluno 1	Aluno 2
$\begin{array}{r} 9165 \overline{) 13} \\ \underline{-91} \\ 0065 \\ \underline{65} \\ 00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 9.165 \overline{) 13} \\ \underline{-91} \\ 0065 \\ \underline{65} \\ 00 \end{array}$

- A) Explícite aspectos que podem indicar o grau de compreensão de cada um deles sobre a resolução da operação indicada.
- B) Dê sugestões para a aprendizagem nos diferentes casos: qual seria sua intervenção?

Fonte : Acervo Pessoal

Para uma melhor compreensão da questão explanaremos sobre cada resolução. Elaboramos uma resolução de um aluno fictício que acertou a resolução e outro que equivocou-se.

O Aluno1, apresenta uma resolução em que o estudante não representa o algarismo zero no quociente da divisão, demonstrando dificuldade na compreensão das regras do Sistema de Numeração Decimal - SND em situação de utilização do algoritmo da divisão.

A resolução do Aluno 2 foi escolhida por demonstrar o procedimento correto da divisão. Inferimos que este demonstra dominar o algoritmo da divisão e as regras do Sistema de Numeração Decimal - SND.

5 Análise dos saberes docentes

Os depoimentos dos docentes sobre o grau de compreensão do aluno indicaram dificuldade no uso do vocabulário matemático, no entanto alguns professores apresentam um razoável conhecimento conceitual da divisão no qual podemos observar a seguir:

Observa-se que o 1º aluno não conseguiu absorver o conteúdo – os passos da divisão [referindo-se ao algoritmo da divisão] onde na divisão há necessidade de colocar um 0 no resultado – produto [referindo-se ao quociente] (**PROFESSOR A**).

O segundo entendeu processo da divisão usando o recurso de que quando você abaixa 2 números deve-se lançar o zero no quociente (**PROFESSOR B**).

O aluno 1 não tem conhecimento da tabuada e se perdeu na subtração (**PROFESSOR C**).

O aluno ele teve um raciocínio lógico ele soube a tabuada [referindo-se ao aluno 1].

O aluno ele soube fazer a conta com a tabuada ele também fez a prova real o método para fazer a conta exata [referindo-se ao aluno 2] (**PROFESSOR D**).

Se encontra no processo, porém falta compreender que quando se desce um número e não dá para dividir, acrescenta-se o zero no quociente [referindo-se ao aluno 1].

Compreendeu o processo [referindo-se ao aluno2] (**PROFESSOR E**).

Inferimos que alguns professores dominam o algoritmo da divisão, principalmente quando tentam explicar o seu procedimento. Todavia, verificamos que os docentes nem sempre se utilizam corretamente do vocabulário matemático para justificar os procedimentos dos estudantes, o que nos remete aos estudos de Shulman (1986) sobre o conhecimento específico do conteúdo. Soares (2007) reafirma o que Shulman (1986) indica relatando sobre os saberes docentes: “Fica difícil ensinar a pensar quando não se sabe pensar. Isso ocorre por fatores ligados a própria formação da professora [...] ela mesma é fruto de um ensino

tradicional” (SOARES, 2007, p. 102). A autora relata que o déficit na formação docente é um dos causadores dos problemas pedagógicos e que é preciso uma mudança na formação inicial e continuada.

Ressaltamos, portanto, a importância do professor obter o domínio do conhecimento específico do conteúdo para analisar as estratégias dos alunos adequadamente e poder intervir de modo eficaz nas dificuldades dos mesmos.

Acreditamos que divisões como esta da situação apresentada são comumente abordadas em sala de aula e por isso nos permite inferir que possivelmente este deve ser um tema mais explorado por esse grupo de professores, o que lhe dá maior segurança e entendimento do assunto. Tal fato nos leva aos estudos de Tardif e Raymond (2000) que nos indicam que os professores baseiam-se por suas experiências anteriores. Assim, identificamos o interesse desses docentes em entender as estratégias usadas pelos discentes para resolução da divisão.

Notamos nos depoimentos que esses professores justificam seus relatos do uso do algoritmo, principalmente quanto ao uso da tabuada. Tal relação também foi observada nos estudos de Nürnberg (2008). A autora identificou a necessidade do domínio da tabuada para o ensino das operações da multiplicação e divisão. E pesquisas como a de Canoas (1997) ainda nos indicam a dificuldade na identificação e explicação do significado da divisão.

Ressaltamos ainda que não foi abordado por nenhum docente a dificuldade do aluno do Sistema de Numeração Decimal.

Como meio de complementar as análises realizadas, os professores sugeriram como possíveis intervenções:

A intervenção seria no campo da observação. O aluno deverá observar se é necessário fazer a prova real onde ele verá de imediato o valor [...] chegará a conclusão que é necessário arrumar – desde que ele tenha absorvido todos os passos da divisão (**PROFESSOR A**).

Quanto ao 1º, ele está caminhando para o entendimento do processo, usou corretamente o recurso da subtração, abaixou os dois números precisos (6 e 5), porém faltou lançar o zero no quociente. Sugestão – utilizar como recurso a prova real, possibilitando assim que o próprio aluno venha a perceber que o

resultado foi diferente, fazendo com que ele retorne a operação inicial (**PROFESSOR B**).

Na divisão o aluno poderá fazer a prova real (**PROFESSOR C**).

Mostraria que sem saber a tabuada e prova real sem fazer ele não chegaria no resultado.

Fazendo o processo de número por número caminhando para resposta correta de uma divisão (**PROFESSOR D**).

Usar a prova real como recurso, de forma que o aluno, ao verificar a diferença dos resultados, reflita e busque alternativas para solucionar o problema.

O professor poderá dar dicas (**PROFESSOR E**).

Percebemos nos relatos dos professores, que em sua maioria os mesmos utilizariam a prova real. Segundo Affreixo (1871, p. 18), “provas são operações feitas de modo diferente das primeiras, no qual nos certificamos dos seus resultados, ou nos advertem de seus erros”. Com esta estratégia os docentes acreditam que seja uma boa maneira de o aluno comprovar que o resultado está correto, usando-se a operação inversa. Isso nos remete, mais uma vez, à ideia da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990) ao relatar que os alunos na formação de um conceito necessitam de diferentes situações para o desenvolvimento da aprendizagem.

Podemos conceber que tais sugestões estão diretamente ligadas as suas experiências satisfatórias como docente, o que nos remete a Tardif e Raymond (2000).

Além disso, nos estudos de Canoas (1997) também identificamos, assim como em nossos relatos, que os professores dirigem-se a forma de como ensinar (procedimento) e não a do que ensinar (conteúdo).

Cabe destacar que o fato de este estudo e outras pesquisas indicarem os mesmos indícios, nos faz acreditar que a formação inicial e continuada desses docentes deve ser repensada de modo que promova uma nova perspectiva e incentivo ao estudo do Campo Multiplicativo – divisão.

6 Considerações finais

Identificamos neste estudo que os docentes tem interesse em compreender as resoluções dos alunos, no entanto justificam as estratégias dos estudantes utilizando-se do uso procedimental do algoritmo. Percebemos que os professores sugerem atividades que direcionam o uso do procedimento de modo a certificar o resultado correto. Notamos que os docentes possuem dificuldades no Conhecimento Específico do conteúdo e como consequências terão dificuldade do conhecimento didático e curricular. Este fato causa uma análise superficial da resolução dos alunos, dificuldade no planejamento das aulas e nas demais ações pedagógicas.

Entretanto, há evidências de que os docentes utilizam de suas experiências como docente e aluno, que os mesmos consideram satisfatórias nas suas ações educativas.

Evidenciamos que a formação inicial e continuada necessita de mudanças, no qual deve ser incentivado os estudos direcionados as análises das resoluções dos alunos e do Conhecimento do objeto Matemático - Divisão.

Referências

AFFREIXO, J. M. D. G. **Compendio de systema metrico contendo as precisas noções de numeração e e cálculo coordenado para o uso das escolas primárias**. Lisboa: Tipographia do Futuro, 1871.

BALL, D. L. & H. Toward a practice-based theory of mathematical knowlegde for teaching. In: DAVIS, B. & S. E. E. **Procedings of the 2002 Anual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group**. Edmonton: AB:CMESG/GCEDM, 2003. p. 3-14.

CANÔAS, S. S. **O Campo Multiplicativo na perspectiva do Professor nas séries iniciais**. PUC SP. São Paulo, p. 209. 1997.

FIORENTINI, D. E. A. Formação de professores que ensinam matema'tica : um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. **Educação em Revista - Dossiê : Apesquisa em Educação Matemática no Brasil**, Belo Horizonte, Faculdade de Educação UFMG, n. 36, dez 2002.

NÜRNBERG, J. **Tabuada**: significados e sentidos produzidos pelos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado,Cricúma: UNESC SC, 2008.

Os Saberes Docentes sobre o objeto matemático da Divisão.

SÃO PAULO (ESTADO), S. D. E. **Relatório do Saesp**. Governo do Estado de São Paulo. São Paulo. 2009.

SARESP. **SARESP**. Disponível em: <www.edunet.sp.gov.br>. Acesso em: maio 2010.

SHULMAN, L. S. Those Who Understand : Knowledge Growth in Teaching. **Education Researcher**, Londres, v. 15, n. 2, p. 4-14, Feb 1986.

SOARES, F. C. C. **O Ensino Desenvolvimental e a aprendizagem de Matemática na primeira fase do ensino fundamental**. Goiânia- GO: Dissertação de Mestrado, Universidade Católica de Góias, 2007.

TARDIF, M. E.; RAYMOND, D. Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério. **Educação & Sociedade**, n. 73, dez. XXI. Revista Educação e Sociedade.

VERGNAUD, G. ———. Multiplicative Structures. In: HIEBERT, H; BEHR, M. (Org.). **Research Agenda in Mathematics Education, Number, concepts and operations in the Middle grades**. Hillsdale: Laurence Erlbaum, 1988. p.141-161.

_____. La Teoría de los Campos Conceptuales. **Recherches en Didáctique des Mathématiques**, 1990. 133-170.

_____. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da Matemática na escola elementar**. Tradução de Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: UFPR, 2009. 322 p.