

Atribuição de Significado ao Conceito de Proporcionalidade: contribuições da História da Matemática

Meaning's Attribution in the Proportionality Concept: contributions to the history of mathematics

José Roberto Costa Júnior¹

Resumo

Este estudo é o resultado de um trabalho que aborda a História da Matemática como fonte de atribuição de significado ao conceito de proporcionalidade. Adotamos a metodologia de pesquisa qualitativa e trabalhamos com um grupo de professores da rede pública de ensino do nível básico de uma cidade da Paraíba. Objetivamos neste estudo conhecer os significados atribuídos ao conceito de proporcionalidade por meio de atividades mediadas pela História da Matemática, bem como averiguar se uma abordagem desta natureza possibilita modificação nesse sentido. Os resultados obtidos por meio da análise dos dados indicaram que as atividades contribuíram no que se refere ao alcance dos objetivos. Por outro lado mostrou, também, que existe um longo percurso a ser trilhado no sentido de tornar a História da Matemática subsídio efetivo na prática desses professores, tendo em vista a falta de formação tanto inicial quanto continuada nesta área de conhecimento.

Palavras-chave: Proporcionalidade. Atribuição de Significado. História da Matemática.

Abstract

This study is the result of a work which approaches the Mathematics History how source of the meaning's attribution in the proportionality concept. We adopt the methodology of the source qualitative and we work with a group of teachers from instruction's public system of the basic level from Paraíba of city. For the data collection, we use the field notes, the questionnaire, a sequence of activities and the interview semi-structured like instruments. The study had how objective to know the significates attributeds to proportionality concept through of the activity mediate from Mathematics History, besides to investigate if a approach of the nature enables modification according to this sense. The results obtaineds though the data analysis indicate that the activities bring contributions which refer to achieve objectives. On the other hand they also showed that we have a long trajectory to be trailed in the meaning of to turn the Mathematics History a

¹ Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Estadual da Paraíba/UEPB. Campus I. Departamento de Matemática, Email: mathemajr@yahoo.com.br

subsidy effective in the teachers' practice, in view of the formation absence in the knowledge area, besides the necessity of the approach adequated of the Mathematics History in the didatics books of Mathematic.

Key words: Proportionality, Significates Attributeds, Mathematics History and Education Mathematics.

1 Introdução e Problemática

Este trabalho é resultado de uma pesquisa de mestrado, desenvolvida com um grupo de professores de matemática do ensino básico de uma escola pública de Pocinhos – PB, com o título *Atribuição de significado ao conceito de proporcionalidade: contribuições da História da Matemática*, junto ao programa de pós-graduação em ensino de ciências e matemática da UFRN, cuja questão norteadora do estudo formulada foi: *a utilização de atividades envolvendo o conceito de proporcionalidade mediadas pela História da Matemática interfere na atribuição de significado desse conceito por parte de professores de matemática?* A partir dessa problemática foi possível definir os seguintes objetivos:

- identificar quais os significados que o professor de matemática atribui ao conceito de proporcionalidade, a partir do uso de atividades mediadas pela História da Matemática.
- verificar em que medida a exploração do conceito de proporcionalidade, via História da Matemática, pode interferir na atribuição de significado que os professores dão a este conceito.

No estudo foi realizada uma análise de como o conceito de proporcionalidade aparecia em civilizações antigas, como Babilônica, Egípcia, Grega, Indiana, Árabes, bem como na Idade Média e Renascimento, no intuito de conhecer de que maneira este conceito era empregado pelos povos antigos, além de conhecer alguns problemas em que este conceito estava presente no procedimento de resolução.

O conceito de proporcionalidade é fundamental não só no contexto escolar, mas também no cotidiano das pessoas. Neste sentido, Spinillo (1993) considera que este conceito é importante para lidar com várias situações do mundo, para

estudar e compreender outras áreas do conhecimento, além de contribuir para o desenvolvimento cognitivo dos indivíduos.

Tomando como ponto de partida a importância desse conceito já referenciada por vários estudos, chamamos a atenção para a questão da compreensão adequada e uma visão não limitada desse conceito por parte dos professores de matemática. Segundo Spinillo (1993) os educadores precisam desenvolver uma compreensão conceitual adequada da proporcionalidade, evitando a visão simplista e errônea de que este conceito trata-se de um tópico do currículo da matemática que precisa ser ensinado para o aluno, onde o procedimento algorítmico, a exemplo da regra de três, é o cerne do processo de aprendizagem. Esta visão deve ser superada nos meios escolares.

Estudos acerca do conceito de proporcionalidade tem se destacado na literatura sobre Educação Matemática. São muitos os estudiosos que se dedicam a investigar este conceito, a exemplo de Costa (2005), Bernal (2004), Spinillo (2002, 1993), Oliveira (2000), entre outros. Estes trabalhos geralmente objetivam investigar a maneira pela qual o conceito é explorado em sala de aula; a maneira pela qual os alunos aprendem, bem como a forma que professores ensina o conceito. No entanto, existe uma lacuna no que se refere a pesquisas que explorem esse conceito por vias históricas.

Pesquisas realizadas no âmbito da formação de professores Radford (2009), Ferreira (2005), Stamato (2003) apontam que a História da Matemática pode ser uma forte aliada na prática pedagógica do professor. Além disso, esses estudos indicam a História da Matemática como um dos possíveis caminhos para o ensino de matemática no ensino fundamental e médio. O conhecimento de diversas possibilidades para o trabalho em sala de aula auxiliará o docente na construção da sua prática. O uso da História da Matemática se apresenta como uma dessas possibilidades.

A História da Matemática aparece nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) como uma indicação de recurso alternativo à prática pedagógica do professor de matemática e ressalta que esta pode contribuir de maneira significativa para o ensino e aprendizagem nessa área do conhecimento.

[...] ao revelar a matemática como criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento (BRASIL, 1998, p. 42).

Na literatura consultada encontramos recomendações, tanto por parte de estudiosos da Educação Matemática, tanto pelo próprio PCN de matemática, que apontam a História da Matemática como uma forte aliada na formação inicial e continuada de professores.

2 Aspectos Teóricos

Situamos nosso estudo numa perspectiva histórica, na medida em que concebemos a proporcionalidade como um conceito amplo, tão antigo quanto à própria matemática, e que envolve relações entre grandezas, relaciona-se a outros conceitos matemáticos, além de estar presente em várias situações cotidianas.

A nossa concepção acerca do conceito de proporcionalidade se aproxima daquilo que Spinillo (1993, p. 41) define como sendo pensamento proporcional: “o pensamento proporcional refere-se basicamente à habilidade de estabelecer relações”, e ainda concordamos com Nunes (2003) quando esclarece que o conceito de proporcionalidade, em sua origem bastante simples, nada mais é do que a relação entre duas variáveis.

Desta forma, nos pareceu pertinente buscar na História da Matemática subsídios para conhecer a origem e o desenvolvimento do conceito de proporcionalidade, bem como investigar em quais situações as antigas civilizações utilizavam o raciocínio proporcional.

O estudo sobre o conceito de proporcionalidade está fundamentado, basicamente, na perspectiva da História da Matemática, que investiga a matemática enquanto ciência em construção, levando em consideração os aspectos sociais e culturais os quais exercem forte influência na construção desse conhecimento. Dessa perspectiva Brolezzi (1991) enfatiza que a ordem lógica mais adequada para o ensino da matemática não é a do conhecimento

matemático sistematizado, mas sim aquela que revela a matemática enquanto ciência em construção. Nesse sentido, identificar fatos históricos que envolveram a proporcionalidade poderá ser útil para a compreensão deste conceito e, conseqüentemente, para seu ensino.

Resolver problemas que envolvem proporcionalidade vai muito além da mera aplicação de algoritmos, a exemplo da regra de três, costumeiramente associada à proporcionalidade. Estudar o conceito de proporcionalidade envolve o estudo do raciocínio proporcional, estando este presente em vários componentes do pensamento na resolução de problemas de proporcionalidade. Segundo Spinillo (1993) o pensamento proporcional refere-se basicamente à habilidade de estabelecer relações.

Historicamente a resolução de problemas já fazia parte da vida das pessoas, que em geral possuía cunho prático, ou seja, resolviam problemas de acordo com as suas necessidades de sobrevivência. Para a resolução de determinados problemas as pessoas utilizavam métodos e estratégias de resolução e, através destas ações os conceitos, mesmo que implícitos são atualmente reconhecidos por aqueles que se dedicam a estudos históricos.

As atividades apresentadas aos participantes deste estudo foram elaboradas tomando como base a resolução de problemas na concepção de Polya (2006), Onuchic (1999) cujos pressupostos teóricos convergem para a atividade matemática como uma atividade cognitiva que deve mobilizar habilidades e competências que levem o indivíduo a solução da questão que lhe é proposta.

Dessa forma, Polya (2006) assinala que resolver um problema consiste em encontrar um caminho previamente não conhecido, uma saída para uma situação difícil, para vencer um obstáculo, para alcançar um objetivo desejado que não pode ser imediatamente atingido por meios adequados.

Onuchic (1999) define problema como sendo tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver. Isso significa que um problema é qualquer situação que estimula o sujeito a pensar, que possa interessá-lo, que seja desafiador e não trivial.

Compreender os dados do problema, tomar decisões para resolvê-lo, estabelecer relações, comunicar os resultados e possuir capacidade para utilizar estratégias conhecidas são características que devem ser estimuladas e exploradas no processo de investigação através da resolução de problemas.

Nesse sentido, o foco da presente pesquisa é considerar “o que fazer”, “o como fazer” ou “o que pensar” e, posteriormente, discutir os aspectos da formalização, da simbologia e das técnicas envolvidas no processo de resolução de problemas envolvendo o conceito de proporcionalidade.

A inserção da História da Matemática na formação de professores é de suma importância, tendo em vista o caráter de ampliação do conhecimento dos conteúdos a serem ensinados por meio do seu desenvolvimento histórico. Nesse sentido, parece existir um consenso entre os estudiosos da Educação Matemática de que os professores tem conhecimento acerca da importância de se conhecer a história da disciplina que ensina, notadamente para a matemática. D’Ambrosio (1996) reforça esta posição quando ressalta:

Uma percepção da história da matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e o seu ensino. Ter uma idéia, embora imprecisa e incompleta, sobre por que e quando se resolveu levar o ensino da matemática à importância que tem hoje são elementos fundamentais para se fazer qualquer proposta de inovação em educação matemática e educação em geral [...] (D’Ambrosio, 1996, p. 29).

A questão por que ensinar História da Matemática na formação inicial de professores tem levado alguns estudiosos da área, a acrescentar um elemento em suas investigações, ou seja, a História da Matemática na formação de professores.

Radford (2009) aponta algumas razões que justificam o estudo da História da Matemática na formação de professores. Particularmente, entendemos essas razões não somente para a inserção da História da Matemática como uma disciplina do currículo na formação de professores, mas também para o crescimento cultural do professor enquanto agente mediador do processo de ensino-aprendizagem.

Em sua participação no Simpósio Nordeste de História da Matemática e Educação Matemática realizado em Natal – RN, Radford (2009) apontou algumas razões acerca da História da Matemática na formação de professores:

- i) A História da Matemática deve ser parte geral da cultura do professor.
- ii) A História da Matemática ajuda o professor a compreender melhor o conteúdo que deve ensinar.
- iii) A História da Matemática ajuda o professor entender o desenvolvimento das idéias matemáticas.
- iv) A História da Matemática pode dar idéias ao professor sobre a maneira como apresentar o conteúdo (RADFORD, 2009).

Esses pontos não somente são razões para a inserção da História da Matemática como uma disciplina do currículo na formação de professores, mas também se constituem em razões para o crescimento cultural do professor enquanto agente mediador do processo de ensino-aprendizagem.

Em consonância com as ideias de Radford (2009) estão Fauvel e Maanen (2000) que destacam também as funções básicas da História da Matemática na formação inicial de professores:

- i) levar os futuros professores a conhecer a matemática do passado (função direta da História da Matemática)
- ii) melhorar a compreensão da matemática que eles irão ensinar (funções metodológicas e epistemológicas)
- iii) fornecer métodos e técnicas para incorporar materiais históricos em sua prática (o uso da História da Matemática em sala de aula)
- iv) ampliar o entendimento do desenvolvimento do currículo e de sua profissão (a História do ensino da matemática) (FAUVEL; MAANEN, 2000, p.110).

Observamos que as concepções dos autores citados anteriormente, acerca da História da Matemática para a formação do professor de matemática convergem para uma mesma direção, ou seja, a História da Matemática possui a possibilidade de dar subsídios gerais, não só na formação do professor, como também na sua prática pedagógica cotidiana. Este caráter unificador de vários elementos contributivos tanto para a formação inicial quanto continuada de professores de matemática encontra sustentação de cunho teórico-prático nos

pressupostos da História da Matemática como recurso pedagógico para o ensino da matemática.

Um dos possíveis problemas que o ensino de matemática vem apresentando ao longo dos últimos anos parece estar relacionado ao fato de que a maioria das pessoas, inclusive muitos professores de matemática, apresentam a concepção de uma matemática perfeita, pronta e acabada, sem levar em consideração aspectos históricos envolvidos no desenvolvimento do conhecimento matemático. Segundo Miguel e Miorim (2008):

Os defensores desse ponto de vista acreditam que a forma lógica e emplumada através da qual o conteúdo matemático é normalmente exposto ao aluno não reflete o modo como esse conhecimento foi historicamente produzido (MIGUEL; MIORIM, 2008, p.52).

Esta concepção equivocada da matemática por parte de alguns professores poderá afetar, de forma direta, a formação de seus alunos, criando nestes uma mistificação do conhecimento matemático e da própria da matemática. A História da Matemática pode contribuir para amenizar este equívoco a partir do momento que proporciona ao professor o conhecimento de uma matemática que evoluiu ao longo do tempo.

Em seu estudo sobre as potencialidades pedagógicas da História da Matemática Miguel (1993) descreve algumas funções que a História da Matemática pode exercer como recurso pedagógico para o professor de matemática.

O autor coloca que quando os professores de matemática lançam mão do uso da História da Matemática nas suas aulas, eles são estimulados por uma série de opiniões vinculadas à função que eles esperam que seja cumprida pela História da Matemática no processo pedagógico.

Em uma análise mais detalhada dessas opiniões, Miguel (1993) diz que “elas revelam a existência de determinadas funções pedagógicas que a História da Matemática pode desempenhar no processo de ensino-aprendizagem”. Julgamos relevante a inserção destas funções neste estudo, pois comungamos com as concepções que apontam a História da Matemática como papel fundamental na formação inicial e continuada de professores de matemática.

Essas funções são caracterizadas como sendo fonte: *de motivação, recreação, seleção de objetivos, métodos, desmitificação, formalização de conceitos, instrumento axiológico, de significação, dialética, cultura, unificação e de conscientização..*

As funções descritas anteriormente se assemelham àquelas apontadas por Fauvel e Maanen (2000). Na concepção destes autores a História da Matemática pode fazer com que os estudantes tenham uma visão da Matemática construída ao longo do tempo, permeada de dificuldades, erros e acertos e, na mesma perspectiva pode levar os professores a conhecer a matemática do passado, desmitificando a concepção da matemática como disciplina pronta e acabada, sem qualquer vínculo de cunho histórico.

No presente estudo, tivemos a intenção de investigar como aspectos relacionados ao conceito de proporcionalidade, por meio de atividades mediadas pela História da Matemática, podem contribuir para a atribuição de significado a este conceito por parte do professor de matemática.

Dessa forma, pressupomos que ao adquirir o conhecimento sobre as dificuldades encontradas por antigas civilizações na solução de problemas matemáticos e na formulação de estratégias para se obter a solução destes problemas, o professor poderá ter uma visão mais otimista das muitas contribuições que a História da Matemática oferece para a Educação Matemática, além de perceber diferentes dimensões do conceito de proporcionalidade diante da possibilidade de diferentes significados que podem ser atribuídos a este conceito.

3 Metodologia

O presente estudo configura-se numa pesquisa qualitativa com características de natureza exploratória que, de acordo com Gil (1996, p. 41), “pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de idéias ou a descoberta de intuições”. E na visão de Triviños (1995, p. 109), “este tipo de estudo permite ao investigador aumentar sua experiência em torno de determinado problema”.

3.1 Procedimentos Metodológicos

No intuito de atingirmos nossos objetivos do estudo, o percurso metodológico foi estruturado da seguinte maneira: utilizamos as notas de campo, pois estas se constituem num instrumento de coleta de dados que são os registros provenientes da observação do investigador durante o estudo. Aplicamos também um questionário com o objetivo de conhecer os indícios das concepções dos professores acerca do conceito de proporcionalidade, como também subsídios para a elaboração das atividades. Estas atividades se constituíram em dois blocos, sendo o primeiro relativo a aspectos históricos da matemática babilônica e o segundo contando com conhecimentos matemáticos da civilização egípcia. Durante a aplicação das atividades utilizamos a filmagem como meio de coletar dados e melhor analisá-los posteriormente.

Uma das atividades utilizou uma tableta babilônica para os professores observarem e buscarem interpretar algum significado matemático contido na mesma, conforme visualizamos a seguir:

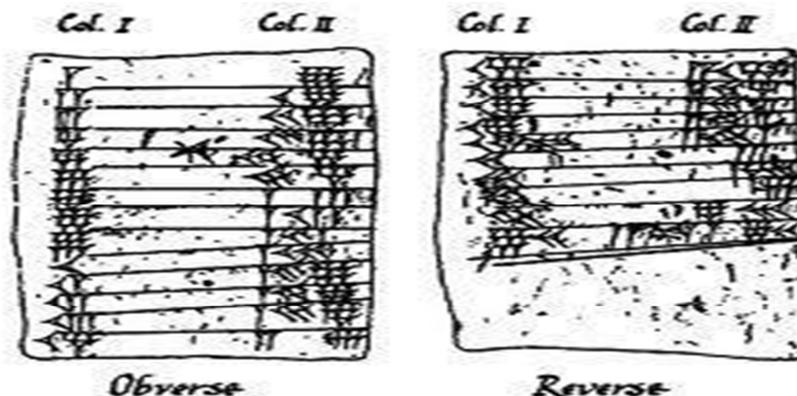


Figura 1:Tableta Babilônica De Multiplicação

A utilização da imagem da tableta babilônica tinha o objetivo de fazer com que os professores envolvidos no estudo, deduzissem que o conceito de proporcionalidade estava implícito no conteúdo matemático deste tablete. Para isso direcionamos às seguintes questões:

O que se observa nestas colunas?

Em relação à coluna 1, o que se pode observar? Há alguma regularidade nela?

Quanto à coluna 2, o que se pode observar? Há alguma regularidade nela?

Há alguma relação entre os símbolos registrados nas colunas 1 e 2?

A atividade seguinte contemplou o conhecimento matemático egípcio e, mais uma vez foi solicitado aos professores que observassem o conteúdo e explicassem o método de resolução utilizado na equação. Os antigos egípcios já utilizavam, embora de forma implícita, o conceito de proporcionalidade na resolução de problemas práticos, dos quais alguns aparecem registrados no papiro de Rhind. Este conceito aparece no chamado método da falsa posição, que se caracteriza como uma abordagem algébrica de resolução de problemas. Neste tipo de problema não se faz referência a objetos concretos e também não exige operações entre números conhecidos. O que percebemos é que os problemas foram elaborados de forma que as suas soluções correspondem a equações lineares do tipo $x + ax = b$ ou $x + ax + bx = c$, onde a , b e c são conhecidos e x é desconhecido.

O método da falsa posição, em sua essência, consiste em um procedimento de tentativas e erros. O problema de número 24 do Papiro de Rhind, ilustra o método: sabendo que aha (nome dado ao valor desconhecido) mais um sétimo de aha dá 24, encontre o valor aha.

A solução do problema apresentado anteriormente é descrita por Eves (2004, p. 73), da seguinte maneira: “o escriba egípcio escolhia um valor para a quantidade desconhecida (aha) que evitasse a fração $\frac{1}{7}$. Uma boa escolha seria o próprio número 7”. Aqui é importante observar que este valor 7 atribuído inicialmente à quantidade desconhecida não tinha a pretensão de ser um palpite verdadeiro; era, realmente, uma tentativa que logo em seguida seria apropriadamente corrigida.

Aplicando a esta posição inicial as condições do enunciado do problema, o escriba raciocinava da seguinte maneira: se a resposta fosse 7, então $7 + \frac{1}{7}7 = 8$. Como o resultado esperado era igual a 24, a posição inicial assumida para a incógnita (7) era claramente falsa.

Entretanto, tendo em vista que o resultado obtido (8) precisava ser multiplicado por (3) para se chegar ao valor da soma correta (24), na mesma proporção deveria ser multiplicada a falsa posição inicial (7) para se obter o valor correto da incógnita. Assim, o método da falsa posição apontava para um valor de “aha” igual a $7 \times 3 = 21$.

Após a aplicação das atividades realizamos uma entrevista semi-estruturada com os professores. Elaboramos um roteiro que se constituiu apenas como um guia, pois este não exigia uma ordem rígida, permitindo que o desenvolvimento da entrevista se adaptasse ao entrevistado. Conforme Triviños (1995), na entrevista semi-estruturada o informante tem a possibilidade de discorrer sobre suas experiências, a partir do foco principal proposto pelo investigador; ao mesmo tempo em que permite respostas livres e espontâneas do respondente.

4 Resultados

O presente estudo buscou conhecer os significados atribuídos ao conceito de proporcionalidade por meio de atividades mediadas pela História da Matemática, como também verificar se tal abordagem pode interferir no significado que professores atribuem a este conceito.

Inicialmente constatamos, por meio da análise dos dados do questionário que os sujeitos envolvidos no estudo, quando questionados sobre o significado de proporcionalidade, apresentaram respostas corretas do ponto de vista conceitual, levando-se em consideração que essas respostas estavam relacionadas à proporção, igualdade entre duas razões, razão de semelhança e equivalência

entre duas razões. Contudo, segundo Post, Behr e Lesh (2001), compreender o raciocínio proporcional apenas pelas soluções de problemas de valor desconhecido é muito limitado, tendo em vista que este tipo de problema envolve soluções algorítmicas e muitas vezes desprovida de significado.

As opiniões dos participantes relativas à História da Matemática refletem àquelas funções que, para Miguel (1993), a História da Matemática pode desempenhar no processo de ensino-aprendizagem. No geral, os participantes deste estudo não apontaram a História da Matemática unicamente como fonte de motivação para a aprendizagem da matemática, como também estariam ligadas às funções de desmistificação, formalização de conceitos e significação.

As opiniões dos sujeitos reveladas pela análise dos dados confirmaram também as razões apontadas por Radford (2009) para o estudo da História da Matemática na formação de professores, segundo esse autor:

a) “A História da Matemática ajuda o professor a compreender melhor o conteúdo que deve ensinar”.

Esse pressuposto teórico é revelado nas respostas dos participantes quando expressaram que: *“por meio da História da Matemática pode haver maior esclarecimento da utilização, da conceituação, do surgimento e aperfeiçoamento dos métodos de ensino”*.

b) “A História da Matemática ajuda o professor a entender o desenvolvimento das idéias matemáticas”.

Entendemos que este pressuposto revela-se nas respostas dos sujeitos quando expressam que: *“por meio da História da Matemática pode-se conhecer a maneira ou modo que os antigos matemáticos entendiam ou conceituavam a proporção, ou ainda, para conhecermos os conceitos e de onde veio tal conhecimento”*.

c) “A História da Matemática pode dar ideias ao professor sobre a maneira como apresentar tal conteúdo”.

Sobre este pressuposto teórico da maneira como apresentar o conteúdo através da História da Matemática apresentamos a opinião de um dos

participantes: *“trazendo alusões a outras aplicações e não somente aquelas que vêm nos livros didáticos”*.

Opiniões desta natureza refletem também as funções básicas do uso da História da Matemática na formação de professores apontadas por Fauvel e Maanen (2000). Para estes autores uma das funções é classificada como função direta da História da Matemática: “levar os professores a conhecer a matemática do passado”.

Neste estudo encontramos respostas que exprimem este pressuposto teórico, como por exemplo: “por meio da História da Matemática pode haver maior esclarecimento da utilização, conceituação, generalização, surgimento, aperfeiçoamento dos métodos de ensino”, ou ainda, “conhecer a maneira ou modo que os antigos matemáticos entendiam ou conceituavam a proporção”, e também, “conhecermos os conceitos e de onde veio tal conhecimento”.

A sequência de atividades propostas aos professores continha problemas matemáticos de diferentes épocas e civilizações, no entanto neste artigo exploramos apenas dois deles, que foram: o método de resolução da falsa posição dos egípcios e a tableta babilônica de multiplicação por nove dos egípcios. Os dois problemas citados contém o conceito de proporcionalidade de maneira implícita e foram inseridos na sequência com a intenção de que os professores os analisassem de forma qualitativa e atribuíssem significados a este conceito.

A seguir apresentamos alguns significados atribuídos ao conceito de proporcionalidade pelos professores ao observarem a tableta de multiplicação por nove:

i) O que se pode observar nestas colunas?

(Prof. E) Uma sequência numérica.

(Prof. F) Sequências.

(Prof. D.) Uma sequência.

ii) Em relação à coluna 1, o que se pode observar? Há alguma regularidade nela?

(Prof. E) Estar [sic] aumentando 1 unidade.

(Prof. F) Sequência de números de 1 a 14. Sim, há regularidade, onde cada linha representa um número na sequência dos números naturais de 1 a 14.

(Prof. D) Há uma regularidade. Sequência.

(Prof. B) Sim há regularidade.

iii) Quanto à coluna 2, o que se pode observar? Há alguma regularidade nela?

(Prof. E) Estar [sic] acrescida sempre 9 em relação ao número anterior.

(Prof. D) Há uma regularidade. Sequências.

(Prof. B) Sim há regularidade.

(Prof. F) Há uma sequência de números de 9 em 9. Sim há regularidade.

iv) Há alguma relação entre os símbolos registrados nas colunas 1 e 2?

(Prof. E) multiplicando a 1ª coluna por 9 obtém-se 2ª coluna.

(Prof. D) Sim. 1 – 9; 2 – 18; 3 – 27; 4 – 36; 5 – 45 e assim por diante.

(Prof. E) Sim, pois existe uma espécie de tabuada de 9. Aprofundando mais, existe uma proporcionalidade entre os números da 1ª coluna com os números da 2ª coluna.

(Prof. C) Há ideia de proporcionalidade, pois a coluna 2 é sempre múltipla da primeira.

(Prof. A) Existe uma relação de proporcionalidade que perdura entre as colunas, observe que $\frac{1}{2} = \frac{9}{18}$, $\frac{2}{3} = \frac{18}{27}$ e assim por diante.

(Prof. G) Há uma relação de grandezas diretamente proporcionais.

(Prof. H) Em relação a tableta babilônica existe uma proporcionalidade diretamente proporcional, com uma razão de número 9 onde a segunda coluna cresce na mesma proporcionalidade da 1ª coluna.

(Prof. I) Há uma relação de grandezas diretamente proporcionais.

(Prof. B) A relação que existe nas colunas é proporção de razão 9.

Ao analisar a tableta babilônica inicialmente os professores foram atribuindo significado de sequência numérica e que nessa sequência existia uma regularidade na primeira coluna, aumentava de 1 em 1 unidade, enquanto que na outra coluna, aumentava de 9 em 9 unidades, ou seja, multiplicando a 1ª coluna por 9 obtém-se a 2ª coluna. Ao relacionarem as colunas por meio de uma multiplicação, ficou mais evidente a existência do conceito de proporcionalidade implícito na tableta babilônica.

Feita a análise da resolução do enunciado da equação nos moldes egípcios os professores traduziram das seguintes maneiras:

$$\text{(Prof. A)} \quad x + \frac{x}{7} = 24$$

$$\text{(Prof. B)} \quad x + \frac{x}{7} = 24$$

$$\text{(Prof. C)} \quad aha + \frac{aha}{7} = 24$$

$$\text{(Prof. D)} \quad x + \frac{1}{7}x = 24$$

$$\text{(Prof. E)} \quad x + \frac{1}{7}x = 24$$

(Prof. F) não conseguiu representar, pois não conheço a representação utilizadas por estes povos.

$$\text{(Prof. G)} \quad x + \frac{x}{7} = 24$$

$$\text{(Prof. H)} \quad aha + \frac{aha}{7} = 24$$

$$\text{(Prof. I)} \quad x + \frac{x}{7} = 24$$

Como podemos observar, a maioria dos sujeitos utilizou representações modernas para o registro escrito da equação, ainda que com pequenas variações,

percebemos que o significado atribuído ao valor desconhecido foi o da letra x , enquanto apenas dois não utilizaram este tipo de registro. O registro algébrico simbólico através das letras e especialmente pela letra x aqui aparece com bastante expressividade.

Em seguida foi proposto o seguinte questionamento: observando a resolução da equação, você poderia afirmar que 21 é realmente a solução da equação? Justifique sua resposta. No geral, a forma para verificar o resultado foi o seguinte:

$$x + \frac{1}{7}x = 24 \Leftrightarrow \frac{7x+x}{7} = 24 \Leftrightarrow 8x = 168 \Leftrightarrow x = \frac{168}{8} \Leftrightarrow x = 21 \quad \text{ou com pequenas}$$

variações, porém todas utilizando-se dessa mesma estrutura.

Entre esse processo de resolução encontramos um tipo diferenciado dos demais. Um sujeito utilizou outro tipo de estratégia para resolver a equação proposta e verificar se o número 21 era mesmo a resposta da equação. Descreveremos aqui o processo de resolução utilizado pelo sujeito tal qual aparece no seu registro escrito:

$$\text{(Prof. E)} \quad 7 + \frac{7}{7} = 24 \Rightarrow 7 + 1 = 24 \Rightarrow 8 = 24$$

8 é 3 x menor que 24. Multiplica 7 (número inicial) x 3 = 21

$$21 + \frac{21}{7} = 24 \Rightarrow 21 + 3 = 24 \Rightarrow 24 = 24$$

O sujeito justifica sua resposta afirmando que os egípcios usavam o raciocínio proporcional para resolver equações. Entre as respostas encontramos esta estratégia para a resolução da equação, cujo processo de resolução se assemelha ao método da falsa posição:

$$\text{(Prof. E)} \quad 7 + \frac{7}{7} = 24 \Rightarrow 7 + 1 = 24 \Rightarrow 8 = 24$$

8 é 3 x menor que 24. Multiplica 7 (número inicial) x 3 = 21

$$21 + \frac{21}{7} = 24 \Rightarrow 21 + 3 = 24 \Rightarrow 24 = 24$$

Percebemos que o método de resolução utilizado pelo sujeito aproxima-se do que foi apresentado por nós, ou seja, o sujeito percebeu a proporção presente no método da falsa posição, quando assumiu o valor inicial 7. Este valor somado a $\frac{1}{7}$ dele resulta em 8. Portanto, o valor procurado é 21, pois se deve multiplicar 7 pela razão entre 24 e 8 (o valor desejado e o encontrado no início), ou seja, 3. Notamos que o sujeito, para justificar sua resposta, utiliza uma igualdade de duas razões, o que se configura numa proporção. Podemos supor, nesse caso, que a familiaridade do sujeito com a regra de três facilitou na compreensão da existência da proporcionalidade no método da falsa posição.

No entanto tais resultados indicam indícios de que os professores envolvidos no estudo ao analisarem a tableta de multiplicação por nove dos babilônios e o método da falsa posição dos egípcios, atribuíram significados ao conceito de proporcionalidade pelo seu aspecto mais qualitativo, ou seja, relacionando as grandezas não apenas pela regra de três, que prioriza o aspecto quantitativo.

No geral, os resultados indicaram que as atividades mediadas pela História da Matemática possibilitaram a atribuição de significado ao conceito de proporcionalidade, à medida que os participantes foram estabelecendo relações com conceitos já existentes em suas estruturas cognitivas. Em consequência disso, percebemos que houve certa modificação na maneira que estes participantes atribuíam significado ao conceito de proporcionalidade, sugerindo uma discreta mudança entre os aspectos quantitativos e qualitativos do conceito.

5 Considerações Finais

Finalizando este estudo, esperamos que as considerações que foram feitas possam contribuir no sentido de que novas pesquisas possam ser realizadas no que se refere à relação existente entre a História da Matemática e a atribuição de significado aos conceitos matemáticos. Nesse sentido, acreditamos que novas pesquisas possam aprofundar esse tema trazendo significativas contribuições à Educação Matemática, além de nos fazer repensar sobre certos assuntos que

torne relevante e possível a inserção da História da Matemática na formação inicial e continuada de professores de matemática.

As atividades mediadas pela História da Matemática proporcionaram a atribuição de significado ao conceito de proporcionalidade em contexto distinto do comumente utilizado. Neste estudo, o contexto no qual este conceito estava inserido foi o histórico. Nele, o conceito apareceu de maneira distinta daquela em que, geralmente, utiliza-se o algoritmo da regra de três para a resolução de problemas que envolvem a proporcionalidade.

Foi possível observar que as atividades baseadas em aspectos históricos possibilitaram a atribuição de significados ao conceito de proporcionalidade, mesmo quando este não se apresentava de forma explícita, a exemplo da tableta babilônica, apresentada aos professores em escrita cuneiforme, conforme mostrado na figura 1.

Os resultados do trabalho apontaram a compreensão por parte dos professores que estudar a História da Matemática como recurso didático para o ensino da matemática é mais que conhecer fatos históricos, datas e biografias de grandes pensadores, é também saber o que ela proporciona em termos de conceitos para o processo de ensino aprendizagem da matemática.

Além do mais, estudar aspectos históricos dos conceitos matemáticos serve para os próprios professores compreenderem o processo de construção do edifício matemático. Perceberem também que este processo não foi resultado de algo contínuo, linear, finalizado numa época, num lugar e iniciado em seguida em outro momento. A dinâmica de construção da história da humanidade não se deu dessa forma, tampouco a história da matemática.

Percebemos que a utilização de atividades mediadas pela História da Matemática, possibilitou uma discreta mudança na atribuição de significado ao conceito de proporcionalidade a partir do momento que os participantes passaram a expressar esse conceito por meio de relação entre grandezas, considerando a influência da variação de grandezas, o que implica na consideração de grandezas proporcionais e não proporcionais. Constatamos que os participantes deste estudo indicaram alguma modificação quanto à atribuição de significado ao

conceito de proporcionalidade, porém julgamos pertinente a realização de estudos futuros que abordem este tema. Neste estudo categorizamos algumas respostas como sendo evasivas, o que sugere uma retomada de outro ponto de vista, para que estudos desta natureza possam contribuir no sentido de ampliar e melhorar a qualidade da Educação Matemática.

Referências

- AABOE, A. **Episódios da História antiga da Matemática**. Tradução: Pitombeira de Carvalho. 2 ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2002.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Circulares Nacionais para o Ensino Fundamental**. 5ª à 8ª série, Brasília, SEF, 1998.
- BERNAL, M. M. **Estudo do objeto proporção: elementos de sua organização matemática como objeto a ensinar e como objetos ensinado**. Florianópolis, 2004. 170 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica – PPGECT, UFSC, 2004.
- BROLEZZI, A. C. **A arte de contar: uma introdução ao estudo do valor didático da História da Matemática**. São Paulo, 1991. 75 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 1991.
- COSTA, C. R. **Panorama de um estudo sobre razões e proporções em três livros didáticos**. São Paulo, 2005. 146 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática – PPGEM, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.
- D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.
- EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2004.
- FERREIRA, T. F. **A disciplina História da Matemática: um estudo sobre as concepções do professor do Ensino Superior**. São Paulo, 2005. 147 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática – PPGEM, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.
- FAUVEL, J.; van MAANEN, J. (Eds.) **History in Mathematics Education: the ICMI study**. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 1996.
- MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre História e Educação Matemática**. Campinas. 1993. 274 p. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE, Universidade Estadual de Campinas, 1993.

NUNES, T. **É hora de ensinar proporção**. Revista Nova Escola. Ano XVII, nº 161. São Paulo, 2003.

OLIVEIRA, I. A. F. G. de. **Um estudo sobre proporcionalidade: a resolução de problemas no ensino fundamental**. Recife, 2000. 133 p. (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE, Universidade Federal do Pernambuco, 2000.

ONUCHIC, L. de la R. **Ensino-aprendizagem da matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. São Paulo: UNESP, p. 199-218, 1999.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POST, T.R.; BEHR, M. J.; LESH, R. **A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra**. In: COXFORD, A. F. SHULTE, A. P.; (Org.). As idéias da álgebra. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Saraiva, 2001. p. 89-103.

RADFORD, L. **Tendências Internacionais em História da Matemática e Educação Matemática**. Natal: Luís Radford, 2009. 38 slides, cor azul.

STAMATO, J. M. de A. **A disciplina História da Matemática e a Formação do Professor de Matemática: Dados e Circunstâncias de sua Implantação na Universidade Estadual Paulista, campi de Rio Claro, São José do Rio Preto e Presidente Prudente**. Rio Claro, 2003. 197 p. (Dissertação de Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – PPEM, Universidade Estadual de Rio Claro, 2003.

SPINILLO, A. G. **O papel das intervenções específicas na compreensão da criança sobre proporção**. Psicologia Reflexiva e Crítica. Porto Alegre, v. 15, n. 3, p. 475-487, 2002.

_____. **Proporções nas séries iniciais do primeiro grau**. In: A. Schliemann; D. Carraher; A. Spinillo; L. Meira; J. Falcão; N. Acioly-Régnier (Org.) Estudos em Psicologia da Educação Matemática. Recife: Editora da Universidade Federal de Pernambuco, p. 40-61, 1993.

TRIVIÑOS, A. N. S., **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais**. São Paulo: Atlas, 1995.