



## Produto educacional

**Atividades dinâmicas para o ensino de vetores na plataforma Geogebra****Dynamic activities for teaching vectors on the Geogebra platform****Actividades dinámicas para la enseñanza de vectores en la plataforma Geogebra**Karina do Nascimento Arena<sup>1</sup> [0000-0001-5402-7207]Ivanete Zuchi Siple<sup>2</sup> [0000-0002-8640-1336]**Resumo**

Neste artigo, apresentamos um produto educacional no formato de um livro dinâmico construído no GeoGebra. Esse produto educacional é resultado da dissertação: “Práticas Matemáticas no Ensino de Vetores: a conversão de registros de representação semiótica com apoio de um livro dinâmico”, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC). Seu propósito principal é enriquecer a abordagem das atividades relacionadas a vetores por meio de uma perspectiva dinâmica e fundamentadas na teoria de registros de representação semiótica, buscando beneficiar tanto os educadores quanto os discentes nos processos de ensino e aprendizagem de Geometria Analítica. O livro dinâmico, criado na plataforma do GeoGebra, assume a forma de um recurso on-line que explora vários tópicos de vetores, como coordenadas no plano e no espaço, equivalência vetorial, operações vetoriais, produto escalar, além de áreas e volumes. Os resultados derivados das experimentações conduzidas por dois professores de Geometria Analítica, dos cursos de Engenharia de Produção e Ciência da Computação do Centro de Ciências Tecnológicas da UDESC, apontaram que as atividades do produto educacional proporcionaram recursos potenciais para a prática docente, pois oportunizaram uma mediação dinâmica nas aulas de introdução ao ensino de vetores, permitindo que os alunos transitassem entre diversas representações de vetores, contribuindo assim para a aprendizagem dos estudantes.

**Palavras-chave:** Livro Dinâmico. GeoGebra. Vetores. Representação Semiótica.

**Abstract**

In this article, we present an educational product in the form of a dynamic book built on GeoGebra. This educational product is the result of the dissertation titled "Mathematical Practices in Vector Teaching: the conversion of semiotic representation records with the support of a dynamic book," linked to the Graduate Program in Teaching Sciences, Mathematics, and Technologies at the State University of Santa Catarina (UDESC). Its main purpose is to enrich the approach to vector-related activities through a dynamic perspective and based on the theory of semiotic representation records, seeking to benefit both educators and learners in the processes of teaching and learning Analytical Geometry. The dynamic book, created on the GeoGebra platform, takes the form of an online resource exploring various vector topics such as coordinates in the plane and space, vector equivalence, planar vector operations, scalar product, as well as areas and volumes. The results derived from experiments conducted by two Analytical Geometry professors from the courses of Production Engineering and Computer Science at the Center for Technological Sciences at UDESC

<sup>1</sup> [karinascimento.costa@gmail.com](mailto:karinascimento.costa@gmail.com), Mestre em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias, Professora, Instituto Federal Catarinense – *Campus Araquari* (IFC), Araquari/Santa Catarina/Brasil.

<sup>2</sup> [ivanete.siple@udesc.br](mailto:ivanete.siple@udesc.br), Doutora em Engenharia de Produção, Professora, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville/ Santa Catarina/Brasil.

indicated that the activities of the educational product provided potential resources for teaching practice. They facilitated dynamic mediation in introductory vector teaching classes, allowing students to navigate between various vector representations, thereby contributing to student learning.

**Keywords:** Dynamic Book. GeoGebra. Vectors. Semiotic Representation.

### Resumen

En este artículo presentamos un producto educativo en formato de libro dinámico construido en GeoGebra. Este producto educativo es resultado de la disertación: “Prácticas Matemáticas en la Enseñanza de Vectores: la conversión de registros de representación semiótica con el apoyo de un libro dinámico”, vinculada al Programa de Postgrado en Enseñanza de Ciencias, Matemáticas y Tecnologías de la Universidad Estatal del Santa Catarina (UDESC). Su objetivo principal es enriquecer el abordaje de actividades relacionadas con los vectores a través de una perspectiva dinámica y basada en la teoría de los registros de representación semiótica, buscando beneficiar tanto a educadores como a estudiantes en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Geometría Analítica. El libro dinámico, creado en la plataforma GeoGebra, toma la forma de un recurso en línea que explora diversos temas vectoriales, como coordenadas planas y espaciales, equivalencia de vectores, operaciones vectoriales, productos escalares, así como áreas y volúmenes. Los resultados derivados de experimentos realizados por dos profesores de Geometría Analítica, de las carreras de Ingeniería de Producción e Informática del Centro de Ciencias Tecnológicas de la UDESC, demostraron que las actividades del producto educativo brindaron recursos potenciales para la práctica docente, ya que brindaron la oportunidad de Dinámica de mediación en clases de introducción a la enseñanza de vectores, permitiendo a los estudiantes moverse entre diferentes representaciones vectoriales, contribuyendo así al aprendizaje de los estudiantes.

**Palabras claves:** Libro dinámico. Geogebra, Vectores. Representación semiótica.

## 1 Introdução

O ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica têm sido temática de diversas pesquisas na área da Educação Matemática. Autores tais como Roncaglio (2015), Dias Campos e Coletti (2010) trazem preocupações a respeito do grau elevado de desistência e reprovação nos cursos de exatas no Ensino Superior. Segundo Roncaglio (2015), a disciplina de Geometria Analítica está presente na formação da maioria dos alunos que cursam ciências exatas, sendo uma componente importante na formação desses estudantes.

Roncaglio (2015) afirma que nos cursos de ciências exatas a Geometria Analítica está relacionada ao conceito de vetor, que se faz muito importante para a compreensão dessa disciplina. De acordo com Roncaglio (2015, p. 17), “o conceito básico na disciplina é vetor. Tudo nela gira em torno deste conceito, ou seja, para entender o significado das operações e o motivo pelo qual se opera é de fundamental importância que o estudante o compreenda”. Patrício (2011) ainda nos afirma que o estudo de vetores, mesmo que introdutório, na disciplina de Geometria Analítica se faz importante para o aprendizado de outras disciplinas, como Álgebra Linear e Cálculo Diferencial e Integral.

A apropriação do conceito matemático de vetor talvez seja uma das dificuldades de aprendizagem que o estudante pode encontrar na sala de aula. Segundo D’amore (2005), entender o conceito vai além de nomear e sua significação não pode depender de uma relação com situações concretas do dia a dia. Ainda segundo esse autor, “cada conceito

matemático necessita de representações, uma vez que não existem objetos para serem exibidos em seu lugar, ou para evocá-lo” (D’amore, 2005, p. 48). Logo, para ter acesso aos conceitos é necessário passar pelos registros de representação.

Indo ao encontro de Duval (2013), a principal dificuldade de aprendizagem em matemática está relacionada à “atividade cognitiva requerida pela matemática, que é diferente de outras áreas” (Duval, 2013, p. 13), pois os objetos matemáticos não possuem existência física, sendo seu acesso por meio das representações semióticas. Dessa forma, a diversidade dos registros de representação semiótica é fundamental para a aprendizagem e construção de conceitos matemáticos. Nesse sentido, foram escolhidos para o desenvolvimento deste trabalho, como um dos referenciais teóricos, a teoria dos Registros de Representações Semióticas (RSS) criada por Duval (1993).

Duval (2013) afirma que nas atividades que envolvem o estudo de matemática, é importante para os estudantes o uso da diversidade de registros de representação semiótica. Transitar nessa diversidade de registros e observar se o estudante diferencia as formas de transformações, atentando à conversão, são passos fundamentais para analisar as dificuldades dos alunos em matemática. Também é preciso levar em conta, conforme ressalta Duval (2013), que os diversos registros de representação de um mesmo objeto não contêm igual conteúdo, isto é, uma simples mudança de registro pode trazer novas propriedades, mesmo que o objeto seja igual, fator que muitas vezes acaba não sendo levado em conta e que contribui para a não compreensão do conceito. Segundo Duval (2016), o desenvolvimento do pensamento matemático se dá por meio da conceitualização, que é “a mobilização sinérgica de vários fatores” (Duval, 2016, p. 34). Assim, é importante, para a aprendizagem, que o aluno tenha contato com uma sequência didática que o possibilite conhecer e reconhecer diferentes representações do mesmo registro de um objeto matemático.

Nesse contexto, Nóbriga e Siple (2020) sugerem o uso do livro dinâmico, que pode ser feito com a ferramenta livro da plataforma GeoGebra. Tal ferramenta disponibiliza muitos recursos para oportunizar um aprendizado mais interativo, como: *applets*, vídeos, textos, formulários, proporcionando um novo olhar sobre os objetos matemáticos.

Diante desse cenário buscou-se desenvolver um produto educacional afim de proporcionar atividades de vetores numa abordagem dinâmica, podendo auxiliar tanto os professores quanto os alunos nos processos de ensino e aprendizagem de Geometria Analítica. Tal produto educacional foi resultado do desenvolvimento da pesquisa intitulada “Práticas Matemáticas no Ensino de Vetores: a conversão de registros de representação semiótica com apoio de um livro dinâmico” realizada no âmbito do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC).

O produto educacional é um livro dinâmico criado na plataforma do GeoGebra, trata-se de um recurso on-line que permite ao usuário que tenha uma conta nessa plataforma para criar uma espécie de livro interativo na plataforma (Lemke, 2017). Neste recurso podemos inserir capítulos ou seções, criar atividades com o uso de diferentes recursos da plataforma, tais como miniaPLICATIVOS (*applets*), textos, questões com respostas curtas, descritivas e alternativas de múltipla escolha com *feedback* rápido. Também é possível inserir vídeos, sendo esses enviados para plataformas do tipo Youtube e Vimeo, arquivos de som, imagens, arquivos em pdf e disponibilizar links de sites, acessíveis para serem utilizados na Educação Básica ou Superior. Segundo Kristinsdóttir

(2016) o GeoGebra Book é um recurso intuitivo, por isso fácil de usar, compartilhável e disponível para ser utilizado em diversos dispositivos, tais como tablets computadores e celulares.

Esse tipo de livro se diferencia de outros formatos online por promover, segundo Nóbrega e Siple (2020), uma interação dinâmica entre mais de um tipo de representação do mesmo objeto matemático, implicando em uma conexão entre as representações, de modo que, ao explorar uma representação A, a representação B também é modificada simultaneamente. Essa abordagem guia o aluno na construção do conhecimento relacionado ao tema em estudo.

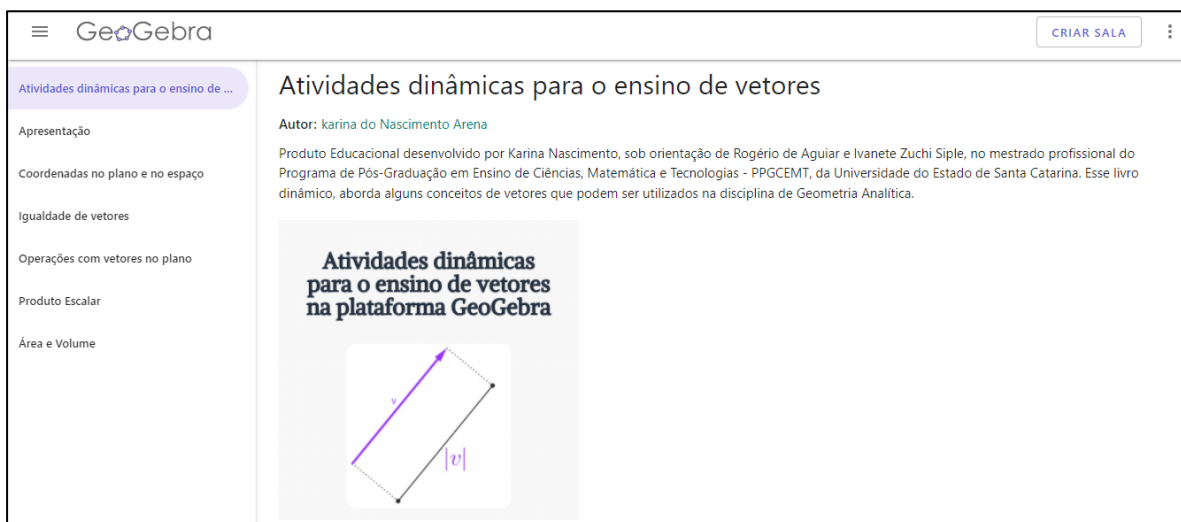
Esse produto educacional foi utilizado por professores em suas aulas de Geometria Analítica, durante a pandemia, de forma online síncronas e assíncronas, possibilitando ao aluno, por meio da exploração dos *applets*, a percepção das diferentes representações do vetor e a assimilação das suas propriedades e operações antes da formalização do conteúdo pelo professor.

## 2 Descrição / Metodologia

A pesquisa adotou uma abordagem qualitativa, de natureza aplicada e caráter exploratório, configurando-se como um estudo de caso. O objetivo primordial foi desenvolver um produto educacional que oportunizasse em um único ambiente, a visualização e a interação de diversas representações associadas ao conceito de vetor, visando contribuir para a prática profissional de professores do ensino superior, futuros docentes e estudantes.

O produto educacional<sup>3</sup> (Figura 1) é um GeoGebra Book Este livro digital proporciona uma sequência didática no ambiente online, que integra textos, gráficos, imagens, vídeos, animações, atividades, links e objetos de aprendizagem desenvolvidos através do GeoGebra, para a construção do conceito de vetor.

Figura 1 – Tela inicial do produto educacional

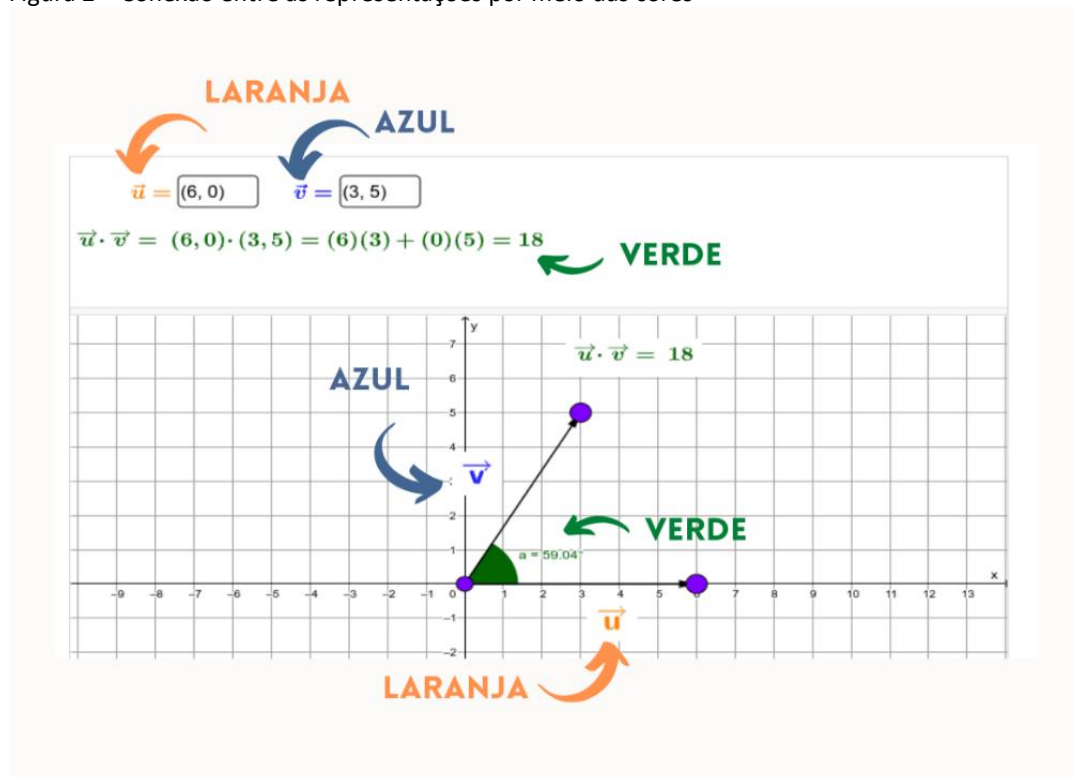


Fonte: ARENA (2021).

<sup>3</sup> <https://www.geogebra.org/m/y8mep7qp>

Foram utilizados como recursos *applets* para auxiliar na compreensão do objeto matemático explorado, o qual foi elaborado com o suporte do software matemático GeoGebra. Isso possibilita que se tenha contato com as mobilizações das representações em uma mesma tela e com a interação das atividades. Com o intuito de auxiliar a visualização do objeto matemático, as suas diversas representações são conectadas pelo uso cores correspondentes, conforme Figura 2. Todas as atividades inseridas no GeoGebra Book foram compostas de objetivos e orientações para serem utilizadas junto aos alunos.

Figura 2 – Conexão entre as representações por meio das cores



Fonte: ARENA (2021).

O professor/usuário ao acessar o livro dinâmico, encontrará uma página inicial e poderá compartilhar todo o e-book com seus alunos em uma sala de aula, o GeoGebra Classroom. Poderá também navegar por todos os capítulos, tendo acesso às atividades que o compõe, podendo salvar as atividades em seus favoritos e fazer edições sendo possível fazer o download do *applet* para que possa utilizá-los de modo offline ou também selecionar uma determinada atividade para atribuir no ambiente online. O usuário pode escolher a melhor forma de utilizar o livro dinâmico.

O público-alvo abrange professores e alunos do ensino superior, especificamente na disciplina de Geometria Analítica. Além disso, pode beneficiar alunos e professores do ensino médio, permitindo que eles explorem os conceitos de vetores de maneira geométrica. Em termos de implementação, o produto foi dividido em seis capítulos: apresentação; coordenadas no plano e no espaço; igualdade de vetores; operação com vetores no plano; produto escalar e área e volume.

Para a experimentação do livro dinâmico, primeiramente, foi realizada a familiarização com o GeoGebra Classroom pelas professoras, as quais denominaremos como Professora D e G, e que fizeram uso desse recurso. Inicialmente, ocorreu uma reunião com as professoras para explicar a utilização da ferramenta GeoGebra Classroom, assim

como a maneira de conduzir aulas em tempo real e monitorar o progresso das atividades realizadas pelos alunos. Com o objetivo de compreender tanto a perspectiva do professor quanto a do aluno em relação ao funcionamento da sala de aula virtual, foram propostos momentos nos quais acessamos a plataforma tanto como aluno quanto como professor.

Em relação à aplicação, a professora D optou por conduzir as atividades de forma síncrona para introduzir os conceitos relacionados ao vetor. Por outro lado, a professora G escolheu disponibilizar as atividades aos alunos antes das suas aulas, também de forma síncrona, com a intenção de que os alunos explorassem e respondessem aos exercícios propostos durante horários extraclasse.

Para a análise da experimentação do produto os dados oriundos da pesquisa foram provenientes de entrevistas com professores, revisão do protótipo por especialistas e aplicação em sala de aula. Esta última ocorreu no contexto de ensino remoto, portanto as ferramentas utilizadas foram as gravações das aulas na plataforma Moodle, as anotações e as observações realizadas pela primeira autora deste trabalho. Também, para compor esta análise, foi realizada uma entrevista após a experimentação do produto educacional, para verificar como o livro dinâmico contribui para a aprendizagem e o entendimento do conceito vetor, na visão do professor.

### **3 Aplicação / Resultados**

Antes das professoras utilizarem as atividades em suas turmas, o produto educacional foi enviado a elas por meio de um link. Esse envio tinha como objetivo permitir que avaliassem cada recurso, solicitassem alterações e sugerissem novas atividades ou abordagens diferentes. Também foi oferecida uma explicação para essas docentes, sobre o uso do recurso GeoGebra Classroom, que foi dada pela coorientadora desta pesquisa, gravada e disponibilizada na plataforma Moodle institucional.

Após os professores terem o contato inicial com a ferramenta GeoGebra Classroom e serem sanadas suas respectivas dúvidas, foi enviado o link do livro dinâmico juntamente com o e-mail da autora da pesquisa, para possibilitar o compartilhamento das salas de aula. Para finalizar, foi apresentada brevemente uma nova ferramenta, o GeoGebra Notas, que se comporta como um quadro branco e oferece diversos recursos matemáticos para potencializar as aulas realizadas no formato remoto. O intuito foi familiarizar as professoras com os recursos dessa ferramenta em aulas remotas e proporcionar acesso ao vídeo posteriormente, caso desejassem tirar dúvidas ou rever a utilização de alguma ferramenta.

A experimentação do produto ocorreu no primeiro semestre de 2021, em turmas de Geometria Analítica, nas quais duas professoras, identificadas nesta pesquisa como professoras D e G, utilizaram os aplicativos. A professora D empregou os exercícios do produto educacional intitulado "Atividades Dinâmicas para o Ensino de Vetores na Plataforma GeoGebra" em duas turmas de Geometria Analítica (GA): uma turma de licenciatura em Química, composta por cinco alunos, e outra de Engenharia de Produção, composta por 25 alunos. As aulas aconteceram num contexto de ensino remoto, sendo ministradas de forma síncrona (90%) e assíncrona (10%), mediadas pela plataforma Moodle.

A estratégia utilizada pela professora D foi conduzir as atividades de forma síncrona para introduzir os conceitos relacionados ao vetor. Durante as aulas em tempo real, ela utilizou as atividades do produto educacional como recursos nos quais os alunos,

inicialmente, exploraram e formaram conjecturas. A partir dessas conjecturas, a docente promoveu discussões e institucionalizou os conceitos. O Quadro 1 apresenta os dias de aplicação, os temas abordados, a duração da aula, a quantidade de alunos e os aplicativos utilizados na turma de Engenharia de Produção.

Quadro 1: Informações do período de utilização das atividades do livro dinâmico.

Dia da aula	Temas abordados	Duração da aula	Número de alunos	Aplicativos utilizados
01/07/2021	Definição de vetor, vetores paralelos, vetor nulo, vetores iguais, vetores opostos, vetor unitário, vetores ortogonais, vetores coplanares. Exercícios sobre o conceito de vetor paralelo e igual.	1:20	25	vetor paralelo, igualdade de vetores, igualdade de vetores no plano na prática (1).
06/07/2021	Adição de vetores, multiplicação de um vetor por escalar.	1:45	25	Igualdade de vetores no plano na prática (2), soma de vetores e multiplicação do vetor por um escalar.

Fonte: Arena, 2021.

A professora G utilizou as atividades do produto educacional em sua turma de Ciência da Computação, com 30 alunos. As aulas foram, na sua maior parte, síncronas, mediadas pela plataforma Moodle, e as ferramentas utilizadas para compor suas aulas remotas incluíram PowerPoint, mesa digitalizadora e vídeos do Youtube. Ela optou por disponibilizar as atividades aos alunos antes das suas aulas, de forma síncrona, solicitando que explorassem e respondessem os exercícios propostos em horário extraclasse. O Quadro 2 apresenta os dias de aplicação, os temas abordados, a duração da aula, a quantidade de alunos e os aplicativos utilizados com a turma de Ciência da Computação.

A professora optou por disponibilizar os aplicativos na quinta-feira que antecedeu a aula, para que os alunos tivessem tempo de explorar as atividades. O acesso se deu por meio do endereço/link localizado em slides disponíveis para os estudantes na plataforma Moodle.

Quadro 2: Período de utilização das atividades do livro dinâmico pela professora G.

Dia da aula	Temas abordados	Duração da aula	Número de alunos	Aplicativos utilizados
06/07/2021	vetor nulo, vetor oposto, vetor unitário, versor, vetores ortogonais, vetores coplanares, multiplicação de um	2:37	30	vetor paralelo, igualdade de vetores, igualdade de vetores no plano na prática (1), multiplicação do vetor

	vetor por escalar e soma de vetores.			por um escalar e soma de vetores.
08/07/2021	decomposição de vetor no plano, combinação linear, base ortogonal, expressão analítica de um vetor, coordenadas no espaço, vetor definido por espaço, vetor no espaço.	1:51	30	coordenadas do vetor no plano e vetor dados dois pontos.

Fonte: Arena, 2021.

Ao questionar a professora D se os aplicativos contribuíram para a compreensão dos alunos acerca dos conteúdos abordados, a professora respondeu que sim. Ela citou como exemplo o *applet* igualdade de vetor (Figura 3), pois a sua exploração refletiu no momento em que os alunos realizaram a atividade dos triângulos congruentes do *applet* vetor na prática I (Figura 4). E mesmo quando não acertavam, eles se sentiam desafiados a investigar por que erraram, conforme a fala:

*Eu acho que sim, que contribuíram, o de igualdade e quando eles foram fazer aquela tarefa dos triângulos congruentes que envolviam igualdade. Inclusive, nem todos [os alunos] acertaram todas [as alternativas], e eles se sentiram desafiados e questionaram: mas por que eu não acertei? Então eu achei que foi legal! E o de soma ajudou eles compreenderem o conceito (Professora D, Ent. 2, 2021).*

Com relação ao *applet* que mais contribuiu para a aprendizagem do aluno, ela destacou o de igualdade de vetores na prática I. Ele possibilitou aos alunos verificar se realmente tinham aprendido o conceito, mas a professora informou que “já não era mais a introdução do conceito, era a aplicação do conceito” (Professora D, Ent. 2, 2021). Outros destaques foram os aplicativos de soma de vetores. “Foi o semestre que menos gastei tempo no sentido de ficar explorando o conceito com eles, pois eu achei que eles conseguiram entender bem” (Professora D, Ent. 2, 2021).



## Figura 3 – Atividade vetor paralelo (professora D)

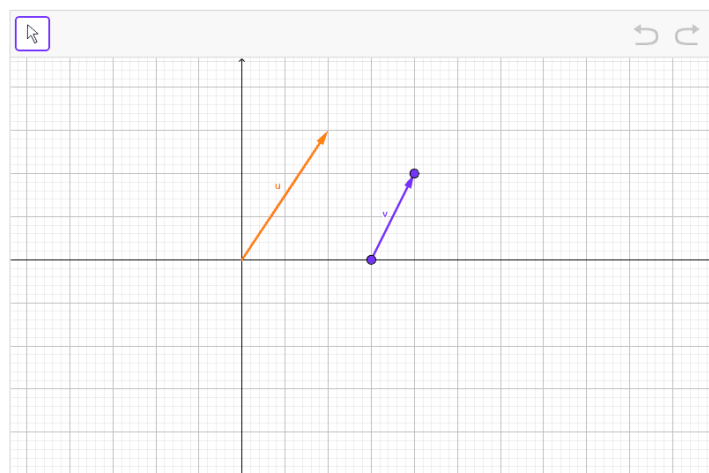
## 3.4 Igualdade de vetor

Modifique o **vetor**  $\vec{v}$  de modo que ele fique igual ao **vetor**  $\vec{u}$ .

**Instruções:**

Para movimentar o **vetor**  $\vec{v}$ , você pode arrasta-lo ou clicar nos **pontos** contidos nesse **vetor** em cima dele para definir sua direção, sentido e comprimento.

## Task 1



Vetor  $\vec{u}$  não é paralelo ao vetor  $\vec{v}$

## Task 2

Para o **vetor**  $\vec{v}$  ser paralelo ao **vetor**  $\vec{u}$ , ele precisa ter a mesma direção que o **vetor**  $\vec{u}$  ?

Assinale a sua resposta aqui

- Sim  
 Não

## Task 3

Para o **vetor**  $\vec{v}$  ser paralelo ao **vetor**  $\vec{u}$ , ele precisa ter o mesmo sentido que o **vetor**  $\vec{u}$  ?

Assinale a sua resposta aqui

- Sim  
 Não

## Task 4

Para o **vetor**  $\vec{v}$  ser paralelo ao **vetor**  $\vec{u}$ , ele precisa ter o mesmo comprimento que o **vetor**  $\vec{u}$  ?

Assinale a sua resposta aqui

- Sim  
 Não

## Task 5

Para o **vetor**  $\vec{v}$  ser paralelo ao **vetor**  $\vec{u}$ , ele precisa ter a mesma direção, sentido e comprimento que o **vetor**  $\vec{u}$  ?

Assinale a sua resposta aqui

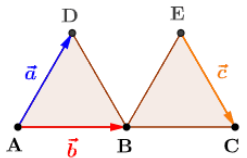
- Sim  
 Não

Fonte: Acervo da professora D, aula 1, 2021.

Figura 4 – Atividade igualdade de vetores no plano na prática (1) (Professora D).

## 3.6 Igualdade de vetores no plano na prática(1)

## Task 1



Os triângulos equiláteros ABD e BCE são congruentes, e os pontos A, B e C estão na mesma linha (colineares).  
Sejam os vetores  $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$  e  $\overrightarrow{EC} = \vec{c}$ .

Para as seguintes afirmações, marque a caixa que contém as opções verdadeiras.  
Para verificar suas respostas, clique em "Conferir".  
Atenção: As opções que aparecerem na cor verde após apertar o botão "conferir", estão corretas.

<input type="checkbox"/> $\overrightarrow{BE} = \vec{a}$	<input type="checkbox"/> $\overrightarrow{DE} = \vec{b}$	<input type="checkbox"/> $\overrightarrow{DC} = \vec{c}$	<input type="button" value="Conferir"/>
<input type="checkbox"/> $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$	<input type="checkbox"/> $\vec{a} = \vec{c}$	<input type="checkbox"/> $ \vec{c}  =  \vec{a} $	
<input type="checkbox"/> $\overrightarrow{DB} = \vec{c}$	<input type="checkbox"/> $ \overrightarrow{AC}  =  \vec{a} $	<input type="checkbox"/> $ \overrightarrow{AC}  = 2 \vec{c} $	

Fonte: Acervo da professora D, aula 1, 2021.

A professora D continuou o diálogo informando que os aplicativos contribuíram para sua prática com relação à visualização geométrica. "Não precisei ficar desenhando no quadro, os alunos colocaram a mão na massa" (Professora D, Ent. 2, 2021). Foi possível verificar, por meio de questionamentos, que os alunos também gostaram de utilizar os *applets*, pois dessa forma sentiram que estavam contribuindo para a aula. "Eles se sentiram envolvidos na aula, foi o momento de mais interação nas turmas, e depois o resultado se traduziu na avaliação" (Professora D, Ent. 2, 2021).

A professora G Destacou que foi mais interessante ter disponibilizado para eles explorarem com antecedência do que quando propôs no momento da aula. Isso porque quando eram feitas em sala, as respostas vinham mais simples, como "sim e não", e quando era feito antes da aula os alunos por terem mais tempo para usar, simularam mais e colocaram respostas mais completas" (Professora G, Ent. 1, 2021). A docente continuou relatando como o produto educacional contribuiu para sua prática e como foi rica a experiência de ter trabalhado as atividades antes de introduzir o conceito, de fato.

*Isso, querendo ou não, antecipou para mim o conteúdo, porque eles já tinham de certa forma construído usando o applet a definição da multiplicação por escalar, da soma de vetores, então isso foi bem bacana, facilitou bastante e agilizou minha aula. Eu ganhei tempo com isso, pois eles já tinham feito exercícios, mesmo sem eu ter dado a definição formal para eles, pois o applet não dá a definição formal também, mas eles com o que estava acontecendo, mesmo que alguns não tenham conseguido definir completamente o que era, mas percebe-se pelas respostas deles que eles entenderam o que estava acontecendo. Então acho que para muitos faltou um pouquinho do como é que eu escrevo isso daqui tudo.* (Professora G, Ent. 1, 2021).

Sobre a contribuição das atividades com relação aos conteúdos abordados, a professora respondeu: "sim, olhando pelas respostas que eles apresentaram em relação a

soma geométrica, a multiplicação por um escalar, eu acho que ajudou bastante no aprendizado deles” (Professora G, Ent. 1, 2021). Olhando para a prática do docente, ela relatou que os exercícios (Figura 5) contribuíram principalmente para a visualização geométrica do vetor e informou que também auxiliaram no sentido de

*Preparar o aluno, pois como eu passei para eles antes de eu dar a aula, isso ajudou bastante o aluno já a entender um pouco melhor como os vetores funcionam, porque se ele vai só na aula, ele acaba não entendendo tão bem e você acaba atropelando as coisas, então eles já tinham praticado antes e até por isso é uma coisa que quero manter de novo, de dar para eles explorarem antes da aula e na aula discutir um pouquinho mais. (Professora G, Ent. 1, 2021).*

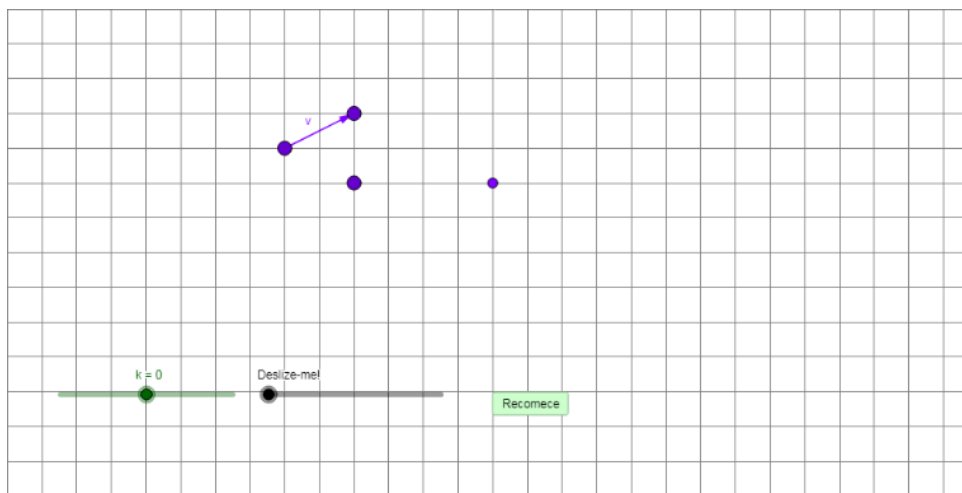
Figura 5 – Atividade multiplicação de um vetor por um escalar (Professora G)

## Atividade 4: Multiplicação de um vetor por um escalar

Autor: Elisandra Bar de Figueiredo, Karina do Nascimento Arena

Seja  $\mathbf{v}$  o vetor e  $k$  o escalar, escolha o valor do escalar e arraste o controle deslizante (deslize-me) para mostrar o produto do vetor  $\mathbf{v}$  com o escalar  $k$ .

Em seguida responda as perguntas abaixo.



Fonte: adaptado em [Tim Brzezinski](#)

### Questão 1

Se  $k > 0$ , o que podemos inferir sobre o vetor  $k \cdot \mathbf{v}$ ?

Digite sua resposta aqui...

---

### Questão 2

Se  $k < 0$ , o que podemos inferir sobre o vetor  $k \cdot \mathbf{v}$ ?

Digite sua resposta aqui...

---

### Questão 3

O que acontece com  $k.v$  se  $0 < k < 1$ ?

Digite sua resposta aqui...

---

### Questão 4

Se  $k = 0$ , o que podemos inferir sobre  $k.v$ ?

Digite sua resposta aqui...

---

Fonte: Acervo da professora G, aula 1, 2021.

A fala da professora G evidencia que a familiarização prévia com os conceitos por meio das atividades, proporcionou aos alunos uma melhor compreensão e um engajamento mais envolvente nas discussões em sala de aula.

#### 4 Considerações finais

Neste livro dinâmico, desenvolvemos atividades voltadas ao ensino de vetores no contexto da disciplina de Geometria Analítica. Elas podem ser utilizadas tanto por professores que ministram essa disciplina em cursos de Ensino Superior quanto por alunos que a cursam. O material abrange atividades específicas para serem aplicadas por professores no ensino superior, mas também inclui atividades para alunos do ensino médio.

Esse material não teve a intenção de apresentar atividades com estruturas fixas para o processo de orientação, podendo o professor adaptar de acordo com a sua práxis ou até mesmo se inspirar para a criação de novas atividades. Entretanto, os sete capítulos aqui apresentados possuem elementos que devem ser observados no processo de guia.

Dessa forma o livro dinâmico “GeoGebra Book: atividades dinâmicas para o ensino de vetores”, proporciona em suas atividades a possibilidade da integração dos diferentes registros de representação semiótica de acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval.

Ademais, o livro pretendeu contribuir para a práxis docente e aprendizagem dos discentes. A exploração do Geogebra Classroom, em que uma de suas funções é permitir que o professor atribua atividades aos alunos e acompanhe seu progresso em tempo real, revelou-se em uma ferramenta potencial para o ensino de matemática em um contexto de ensino remoto. As potencialidades das ferramentas presentes no produto, que possibilitam aos professores designar tarefas aos alunos e monitorar em tempo real o progresso deles, além de explorar as diversas representações de um objeto matemático destacam-se como

recursos importantes para o ensino da matemática, mesmo em um cenário de ensino presencial.

As funcionalidades das ferramentas incorporadas no produto, que facultam aos professores atribuir tarefas aos alunos e acompanhar em tempo real o progresso deles, além de explorar as diversas representações de um objeto matemático, revelam-se como recursos significativos para o ensino da matemática, mesmo em um contexto presencial.

Vale ressaltar que esse livro não é um produto educacional estático, mas sim como um recurso dinâmico, sujeito a melhorias, modificações e atualizações. Além disso, tem o propósito de servir como inspiração para outros professores/pesquisadores, incentivando-os a desenvolver novas atividades e a explorar as potencialidades das ferramentas do GeoGebra.

O produto educacional está disponível na plataforma EduCAPES por meio do link de acesso: <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/698950>.

## Referências

- D'AMORE, Bruno. **Epistemologia e Didática da matemática**. São Paulo: Ed. Escrituras, 2005.
- DIAS, Marlene Alves; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; COLETTI, Christianne. A transição Ensino Médio e Superior: a noção de retas e planos em R2 e R3. En: P. Lestón (editora). **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Vol. 23. México. 2010.
- DUVAL, Reymond. Registres de representation sémiotique e fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**. Strasbourg: IREM-ULP, v. 5, p. 37-64, 1993.
- DUVAL, Reymond. Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de matemática. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, 11(2), p. 01- 78, 2016.
- DUVAL, Reymond. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. In: MACHADO, Silvia D. A. (org.). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. Campinas: Papirus. p. 11-33, 2013.
- KRISTINSDÓTTIR, Bjarnheiður. **GeoGebra Books**. 5 de outubro de 2016. Disponível em: [geogebra.org/m/ztaQMAMx](https://geogebra.org/m/ztaQMAMx). Acesso dia: 16 de outubro do 2021.
- LEMKE, Raiane. **Funções Reais de duas variáveis e GeoGebra: um livro dinâmico para o ensino de cálculo**. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em ensino de ciências, matemática e tecnologias) Universidade Estadual de Santa Catarina, 2017.
- NÓBRIGA, Jorge Costa; SIPLE, Ivanete Zuchi. Livros Dinâmicos de Matemática. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, 9(2), p.78-102, 2020.
- PATRÍCIO, Rafael Silva. **As dificuldades relacionadas à aprendizagem do conceito de vetor à luz da teoria dos registros de representação semiótica**. Dissertação (Mestrado em educação em ciências e matemáticas) da Universidade Federal do Pará, 2011.
- RONCAGLIO, Viviane. **Registros de Representação Semiótica – Atividades de Conversão e Tratamento em Vetores e suas Operações a partir da argumentação de Estudantes de Engenharia**. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, 2015.