

## Ensaio

**Explorando tarefas matemáticas para a formação de professores do ensino básico: desafios e possibilidades****Exploring mathematical tasks for basic education teacher training: challenges and possibilities****Explorando tareas matemáticas para la formación de profesores de educación básica: retos y posibilidades**Alexandra Gomes<sup>1</sup> [0000-0002-5208-570X]Dores Ferreira<sup>2</sup> [0000-0003-3850-0409]Catarina Vasconcelos Gonçalves<sup>3</sup> [0000-0002-7943-0729]**Resumo**

Não parecem existir dúvidas de que o que os alunos aprendem é amplamente definido pelas tarefas que lhes são dadas. Isto é válido também para a formação de (futuros) professores. Na formação de professores, as tarefas matemáticas podem ser usadas para diversos fins: para introduzir ideias matemáticas, para melhorar a compreensão matemática, para explorar questões relacionadas à pedagogia da matemática, entre outras. Por outro lado, a atividade que ocorre, relacionada com a tarefa, é altamente dependente: de como a tarefa é preparada; de como a tarefa é apresentada; das interações durante a atividade; e de como o trabalho é analisado. Enquanto formadores de professores, é importante escolher/criar cuidadosamente as tarefas matemáticas e estarmos cientes das nossas intenções, ao usá-las, nomeadamente saber que tipo de conhecimento matemático para ensinar pretendemos desenvolver aquando da sua aplicação. Quando usamos uma tarefa matemática para além da mobilização e melhoramento do conhecimento matemático, as nossas intenções também se relacionam com o desenvolvimento do conhecimento pedagógico dos (futuros) professores. Neste artigo iremos apresentar uma investigação ainda em curso, cujo objetivo é desenhar tarefas para a formação de professores do Ensino Básico, no âmbito da Geometria. Após a apresentação do enquadramento teórico e das principais opções metodológicas do estudo, serão apresentados exemplos de tarefas já elaboradas e serão discutidos alguns problemas e desafios associados ao desenho de tarefas.

**Palavras-chave:** Tarefas matemáticas. Geometria. Formação de professores. Ensino Básico.

**Abstract**

<sup>1</sup> [magomes@ie.uminho.pt](mailto:magomes@ie.uminho.pt), Doutora em Estudos da Criança (Matemática Elementar), Professora Auxiliar, Instituto de Educação, Universidade do Minho, Braga, Portugal.

<sup>2</sup> [doresferreira@gmail.com](mailto:doresferreira@gmail.com), Doutora em Estudos da Criança (Matemática Elementar), Professora, Agrupamento de Escolas de Real, Braga, Portugal.

<sup>3</sup> [catarinavasconcelosgoncalves@gmail.com](mailto:catarinavasconcelosgoncalves@gmail.com), Doutora em Estudos da Criança (Matemática Elementar), Professora Adjunta, Instituto Europeu de Estudos Superiores (IEES), Fafe, Portugal.

There seems to be no doubt that what students learn is largely defined by the tasks they are given. This is also valid for the training of (future) teachers. In teacher education, mathematics tasks can be used for a variety of purposes: to introduce mathematical ideas, to improve mathematical understanding, to explore issues related to mathematics pedagogy, among others. On the other hand, the activity that occurs, related to the task, is highly dependent on: how the task is prepared; how the task is presented; interactions during the activity; and how the work is analyzed. As teacher educators, it is important to carefully choose/create mathematical tasks and to be aware of our intentions when using them, namely knowing what kind of mathematical knowledge for teaching we intend to develop when applying them. When we use a mathematical task in addition to mobilizing and improving mathematical knowledge, our intentions also relate to the development of pedagogical knowledge of (future) teachers. In this article we will present an investigation still in progress, whose objective is to design tasks for the training of Basic Education teachers, in the context of Geometry. After presenting the theoretical framework and the main methodological options of the study, examples of tasks already prepared will be presented and some problems and challenges associated with the design of tasks will be discussed.

**Keywords:** Mathematical tasks. Geometry. Teacher training. Basic education.

### Resumen

No parece haber duda de que lo que aprenden los estudiantes está definido en gran medida por las tareas que se les asignan. Esto también es válido para la formación de (futuros) profesores. En la formación docente, las tareas matemáticas se pueden utilizar para una variedad de propósitos: introducir ideas matemáticas, mejorar la comprensión matemática, explorar temas relacionados con la pedagogía matemática, entre otros. Por otro lado, la actividad que se produce, relacionada con la tarea, depende en gran medida de: cómo se prepara la tarea; cómo se presenta la tarea; interacciones durante la actividad; y cómo se analiza el trabajo. Como formadores de docentes, es importante elegir/crear cuidadosamente tareas matemáticas y ser conscientes de nuestras intenciones al usarlas, es decir, saber qué tipo de conocimiento matemático para la enseñanza pretendemos desarrollar al aplicarlas. Cuando utilizamos una tarea matemática además de movilizar y mejorar el conocimiento matemático, nuestras intenciones también se relacionan con el desarrollo del conocimiento pedagógico de los (futuros) docentes. En este artículo presentaremos una investigación aún en curso, cuyo objetivo es diseñar tareas para la formación de docentes de Educación Básica, en el contexto de la Geometría. Luego de presentar el marco teórico y las principales opciones metodológicas del estudio, se presentarán ejemplos de las tareas ya preparadas y se discutirán algunos problemas y desafíos asociados al diseño de tareas.

**Palabras claves:** Tareas matemáticas. Geometría. Formación de profesores. Educación básica.

## 1 Introdução

O professor desempenha um papel fundamental na forma como seleciona ou cria tarefas e na forma como dirige a atividade dos alunos, condicionando o tipo de raciocínio matemático e conhecimento que irá promover em cada aluno. É imprescindível que, por meio da formação, quer inicial quer continuada, os professores possam desenvolver o seu conhecimento matemático para o ensino, tendo em consideração a sua especificidade. Este desenvolvimento permitirá uma melhor preparação e implementação de tarefas que contribuam para a aprendizagem efetiva dos alunos.

Enquanto formadores de professores, é importante escolher/criar cuidadosamente as tarefas matemáticas, estarmos cientes das nossas intenções, ao usá-las, e que tipo de conhecimento matemático para se ensinar pretendemos desenvolver aquando da sua aplicação.

Assim, o objetivo deste estudo é a criação/desenho e implementação de tarefas para a formação de professores que permita aos (futuros) professores a construção e o aprofundamento de conhecimentos necessários para ensinar matemática.

Tendo como pano de fundo as aprendizagens dos alunos, e sabendo que esse propósito se encontra interligado com as práticas de sala de aula, propusemo-nos a construir tarefas desafiadoras, que fomentem a melhoria das práticas de sala de aula, a alteração das conceções dos professores acerca dessas mesmas práticas e promovam o aprofundamento do conhecimento matemático, no âmbito da Geometria.

## 2 Sobre as tarefas matemáticas

Ninguém duvida que o que os alunos aprendem é amplamente definido pelas tarefas que recebem (Hiebert; Wearn, 1993). É através das tarefas que os alunos desenvolvem o seu conhecimento matemático e o seu sentido do que significa fazer matemática, condicionando também a forma como compreendem a natureza da matemática (Jones; Pepin, 2016; Zaslavsky, 2008, Stein *et al.*, 2009). Com efeito, se os alunos forem confrontados apenas com um tipo de tarefa, nomeadamente exercícios, com nível baixo de desafio (Ponte, 2005) e que requerem apenas a realização de procedimentos memorizados e rotineiros, tendem a associar a matemática a uma disciplina frustrante, desinteressante e desligada da realidade. Tarefas que pedem aos alunos que executem um procedimento memorizado de maneira rotineira levam a um tipo de oportunidade para o aluno pensar; tarefas que exigem que os alunos raciocinem conceitualmente e que os estimulem a fazer conexões levam a um conjunto diferente de oportunidades para o pensamento dos alunos.

Antes de prosseguir convém clarificar o nosso entendimento de tarefa. Stein e Smith (1998) caracterizam a tarefa como um segmento de atividade em sala de aula que é dedicado ao desenvolvimento de uma ideia matemática específica. De uma forma simples, podemos dizer que a tarefa é a proposta de trabalho que um professor faz para um estudante e, a atividade é o que o estudante faz para responder ao que lhe pedem para fazer. Assim, ao falarmos de *tarefas* estamos a referir-nos a um conjunto amplo de propostas, que englobam problemas, atividades, exercícios, projetos, jogos, experiências, investigações etc. que o professor leva para a sala de aula visando a aprendizagem matemática de seus alunos.

Várias maneiras têm sido utilizadas para classificar/tipificar a natureza das tarefas matemáticas criadas e usadas nas salas de aula (Jones; Pepin, 2016).

Stein e Smith (1998) classificam as tarefas com base na exigência cognitiva das mesmas. Assim distinguem entre tarefas de baixo nível, como a memorização ou a realização de procedimentos sem conexão e as tarefas de alto nível cognitivo como procedimentos em que constrói conexões com os significados matemáticos ou fazendo matemática.

Ponte (2005) parte do cruzamento de duas dimensões das tarefas, o grau de estrutura e o grau de desafio matemático, para as classificar em quatro tipos: (a) exercício – tarefa fechada e com reduzido desafio cognitivo; (b) problema - tarefa fechada, mas com elevado desafio cognitivo; (c) exploração - tarefa aberta e com reduzido desafio cognitivo; (d) investigação - tarefa aberta com elevado desafio cognitivo.

Bills, Bills, Watson e Mason (2004), debruçando-se exaustivamente sobre esse assunto, construíram um vasto leque de tarefas matemáticas, que distinguiram em dezesseis tipologias. Este conjunto de tipos de tarefas é consideravelmente extenso sendo que cada tipo de tarefa é específico e objetivo e permite o desenvolvimento das capacidades de generalização e abstração. Os autores destacam a explicação e a generalização, como características do pensamento matemático, considerando-as o “coração” da atividade matemática. Sugerem, ainda, que “pedir aos alunos que gerem exemplos para si mesmos pode fornecer as bases para o reconhecimento, articulação e apreciação de uma generalidade” (Bills *et al.*, 2004, p. 3). A título de exemplo, destacamos os seguintes quatro tipos de tarefas propostos por estes autores:

- *Dar um exemplo de... (e outro e outro)*: neste tipo de tarefa os alunos são desafiados a construir um exemplo de algo, e posteriormente pede-se outro exemplo, e assim sucessivamente. Deste modo, os alunos procuram exemplos particulares, sendo questionados posteriormente sobre o que têm as suas respostas em comum.
- *Sempre, às vezes e nunca verdadeira*: este tipo de tarefa pretende que os alunos se foquem na validade de uma afirmação de uma regra geral, classificando-a como sempre, às vezes ou nunca verdadeira. Permite que os alunos construam e explorem exemplos de modo a justificar a classificação da afirmação apresentada.
- *Classificar*: neste tipo de tarefa os alunos têm que dividir objetos, com propriedades diferentes, em grupos, reconhecendo as propriedades representadas naqueles exemplos e, posteriormente, apresentar mais exemplos.
- *O intruso*: neste tipo de tarefa os alunos devem escolher, dentre várias opções, aquela que consideram ser a intrusa, justificando-a. Podem acontecer que sejam encontradas razões para diferentes opções serem consideradas as intrusas, tendo em conta o critério utilizado.

Uma classificação em cinco tipos foi desenvolvida por Swan (2007), tendo por base os diferentes processos de atividade cognitiva encorajados pelas tarefas: classificar, interpretar, comparar, avaliar e criar.

- *Classificar objetos matemáticos*: este tipo de tarefa envolve a conceção ou aplicação de uma classificação;
- *Interpretar representações múltiplas*: implica que os alunos estabeleçam ligações entre diferentes representações;
- *Avaliar afirmações matemáticas*: tarefas em que os alunos decidem sobre a validade de afirmações matemáticas;
- *Analisar raciocínios e soluções*: onde os alunos identificam os erros de raciocínio e comparam estratégias de resolução;
- *Criar problemas*: neste tipo de tarefa os alunos criam problemas para a sua turma.

As diferentes tipologias de tarefas matemáticas apresentadas têm por base uma determinada visão sobre as tarefas e, conseqüentemente, salientam diferentes aspetos matemáticos. Uma mesma tarefa pode ser usada para diferentes objetivos curriculares cabendo ao docente a sua alteração ou extensão, de modo a proporcionar diferentes aprendizagens matemáticas (Ponte, 2005). Por outro lado, para um objetivo, podem ser usados diferentes tipos de tarefas, sendo que o professor deve ter em conta quais os conceitos matemáticos que pretende realçar com uma dada tarefa, como vai organizar e orientar o

trabalho dos alunos, que questionamento irá realizar de modo a desafiar os alunos, bem como apoiá-los, sem interferir no seu processo de construção de significados nem eliminando o desafio (NCTM, 2007). Assim, a atividade relacionada à tarefa, que ocorre, é altamente dependente de: como a tarefa é preparada; como a tarefa é apresentada; a forma de trabalho dos alunos na sua realização; interações professor-aluno durante a atividade; como o trabalho é analisado e avaliado.

Quando usamos uma tarefa matemática, é claro, usamos conhecimento matemático, mas como trabalhamos em sala de aula, também utilizamos o conhecimento pedagógico.

Liljedahl, Chernoff e Zazkis (2007) propõe uma forma de examinar o uso que se faz das tarefas, através da desagregação das duas componentes: matemática e pedagogia. Assim tem-se:

Tabela 1 – Usos das tarefas

		OBJETIVOS	
		Matemática (M)	Pedagogia (P)
USOS	Matemática (m)	mM	mP
	Pedagogia (p)	pM	pP

Fonte: As autoras (2022), baseado Liljedahl, Chernoff e Zazkis (2007).

A intenção, ao usarmos uma tarefa matemática, é abordar alguma ideia matemática (mM). Caso a nossa intenção seja abordar uma ideia específica então, o design e desenvolvimento da tarefa é muito mais desafiador. Isso implica que se tenha uma compreensão profunda e diversificada da matemática embutida na tarefa.

Numa aula, mesmo que usemos uma boa tarefa matemática, e tenhamos um bom conhecimento da tarefa, isso pode não ser suficiente para ter uma atividade matemática significativa. O conhecimento pedagógico da tarefa também é importante para liberar a matemática de dentro da tarefa (pM). Portanto, é necessário ter um profundo conhecimento e compreensão do que os alunos sabem e de que tipo de procedimentos devemos empreender para mobilizar esse conhecimento. Estas são condições importantes para usar uma tarefa com eficácia e aproveitá-la ao máximo.

De acordo com Liljedahl, Chernoff e Zazkis (2007, p.240), “as tarefas matemáticas fornecem um contexto para explorar questões como: a natureza da matemática, avaliação, construtivismo, construtivismo social, trabalho em grupo, e assim por diante.” (mP). Então, é importante que se conheçam as possibilidades e limitações de uma tarefa a este respeito. Por exemplo, um exercício, com uma abordagem procedimental e um caminho fechado não é uma boa tarefa para explorar a resolução de problemas e desenvolver a capacidade de raciocínio.

Também é importante saber como a tarefa irá progredir dentro de um contexto de sala de aula. Claro que isso requer conhecimento da sala de aula e da sua dinâmica e também estar ciente dos objetivos pretendidos (pP). O professor “deve ser capaz de orquestrar o surgimento das possibilidades de dentro da tarefa” (Liljedahl; Chernoff; Zazkis, 2007, p.241).

Fica assim patente, com este modelo, a complexidade envolvida na utilização de tarefas em sala de aula, nomeadamente focando no como e porquê utilizar determinadas tarefas. Mostra ainda o quão exigente é, em termos do conhecimento do professor, a utilização de tarefas em sala de aula. Logo, ao desenhar tarefas para a formação de professores, deve considerar-se de que forma essas tarefas irão proporcionar oportunidades para desenvolver o conhecimento matemático do (futuro) professor (Thanheiser *et al.*, 2016). Esta questão do conhecimento do professor será retomada mais à frente.

Como refere Ponte (2014, p. 16)

uma tarefa pode ter potencialidades em termos de conceitos e processos matemáticos que pode ajudar a mobilizar. Pode dar lugar a atividades diversas, conforme o modo como for proposta, a forma de organização do trabalho dos alunos, o ambiente de aprendizagem, e a sua própria capacidade e experiência anterior.

### 3 As tarefas matemáticas na formação de professores

O professor é, indubitavelmente, responsável pela criação e/ou seleção de tarefas e a sua exploração em sala de aula, pelo que se revela essencial estar munido de um bom conhecimento matemático e didático para a preparação e implementação de tarefas, principalmente de forma a fomentar discussões ricas, promovendo uma educação matemática de qualidade.

Assim, é importante que, por meio da formação, os (futuros) professores possam desenvolver os seus conhecimentos matemáticos para o ensino, em particular, os seus conhecimentos de tarefas matemáticas para o ensino (Chapman, 2013).

Ao utilizar tarefas matemáticas na formação de professores, os objetivos são, entre outros, desenvolver uma compreensão mais profunda da matemática, motivar a reflexão e as conexões entre as várias ideias, promover a generalização e o reexame de conceitos matemáticos (Zaslavsky, 2007).

Como referem Watson e Mason (2007, pp.207-208), a formação de professores pode incluir encorajar os professores a "envolverem-se no pensamento matemático através do trabalho em tarefas relacionadas com a matemática, ..., refletir sobre a experiência de fazer sozinho tarefas relacionadas com a matemática, ..., analisando a estrutura de tarefas, incluindo propósito e recursos". O uso de tarefas na formação de professores também pode desafiar as abordagens procedimentais, que são fortemente dominadas pela memorização e exercícios de rotina, e fornecem oportunidades para questionar as próprias experiências dos professores como alunos, levando-os a serem mais criativos e focados nas necessidades de seus alunos (Watson; Mason, 2007).

Este último aspeto é muito importante pois as concepções dos professores sobre o que é ensinar e aprender estão, muitas vezes, condicionadas pelas suas próprias vivências enquanto alunos e/ou professores e tendem a interferir com a qualidade das aprendizagens dos seus alunos. Consequentemente, assume-se como importante promover na formação de professores (quer inicial quer contínua), a envolvência em tarefas desafiantes, que promovam efetiva aprendizagem, nomeadamente através do debate de ideias, do envolvimento dos alunos, do aproveitamento do erro como forma de aprendizagem, do questionamento desafiante. Desta forma, professores e futuros professores têm oportunidade de vivenciar e verificar o efeito e mais-valias do ensino através desse tipo de tarefas.

Swan (2007) conduziu um estudo em que explorou a utilização de tarefas matemáticas colaborativas na promoção do desenvolvimento profissional. As tarefas desenvolvidas por Swan, e que foram já categorizadas, tinham como objetivo exemplificar formas eficazes e agradáveis de ensinar e aprender matemática, partindo do conhecimento, corroborado pela investigação. Com estas tarefas pretendia incentivar a aprendizagem ativa, ao invés da

aprendizagem passiva, e promover práticas de ensino desafiantes. Verificou que os professores que utilizaram muitas das tarefas relataram mudanças profundas nas suas práticas, o que foi confirmado pelos relatórios dos alunos e pela observação em sala de aula.

A investigação tem mostrado que, ensinar nem sempre resulta em aprendizagem (Swan, 2007), sendo um bom exemplo disso o grande número de alunos com insucesso a matemática. De facto, para promovermos a aquisição de aprendizagens significativas por parte dos alunos, para além do conhecimento do conteúdo matemático do professor, é necessário um bom conhecimento pedagógico e também a responsabilização pela condução de práticas de sala de aula que levem à aprendizagem de e para todos os alunos.

Assumir a responsabilidade pela aprendizagem dos alunos implica que os professores cultivem as práticas que mais provavelmente possibilitam aos estudantes aprender (Cohen, 2011). Desta forma, pretende-se que ensinar saia da esfera do professor para se centrar na esfera do aluno, que passa assim a ser o centro de todo o processo.

Fazer da prática o cerne do currículo da formação de professores requer uma mudança do foco no que os professores sabem e acreditam para um maior foco no que os professores fazem. Ou seja, apesar de o conhecimento e convicções matemáticas serem importantes, o conhecimento que conta para a prática em sala de aula é o que resulta do trabalho do professor (Ball; Forzani, 2009). Ball e Forzani (2009) reforçam ainda que, um currículo centrado na prática para o ensino incluiria uma atenção significativa não só às exigências de conhecimento do ensino, mas também às tarefas e atividades reais envolvidas no trabalho em sala de aula.

Swan e Swain (2007) apresentam os seguintes objetivos que se baseiam na realidade presente na escola: i) auxiliar os alunos a adotar um papel mais ativo nas suas aprendizagens, contrariando a sua visão da matemática como uma sequência de procedimentos e técnicas desconectadas que se tem de memorizar; ii) adotar métodos e estratégias de ensino mais desafiantes, combatendo a visão tradicional de ensino de transmissão de conhecimentos. Relativamente ao primeiro objetivo, os autores defendem a presença ativa dos alunos em discussões e na explicação das suas ideias, desafiando-os a resolver tarefas matemáticas distintas, trabalhando de forma colaborativa e partilhando métodos e resultados (pp. 9-10). Quanto ao segundo objetivo, os autores referem a mudança de um ensino que é sustentado na transmissão de conhecimentos através de processos rotineiros para um ensino mais desafiante, que tenha em conta os conhecimentos prévios dos alunos e que promova aprendizagens funcionais. Assim, alegam que as metodologias de transmissão tradicionais remetem para uma repetição de procedimentos e que esta abordagem “não promove uma aprendizagem robusta e transferível que perdura no tempo ou que pode ser usada em situações não rotineiras” (p. 10). Ao permitir que os alunos tenham oportunidades de aprendizagem mais desafiantes enfatiza-se o estabelecimento de conexões entre as aprendizagens, através de discussões e do confronto de ideias entre os alunos, promovendo-se, assim, uma participação ativa e global do aluno.

#### **4 O conhecimento matemático para ensinar**

O conhecimento do professor é considerado, inquestionavelmente, fulcral no processo de ensino e aprendizagem, na medida que determina o que se faz na sala de aula, a forma e o quê o aluno aprende. Por outro lado, estudar o conhecimento do professor tem-se revelado uma tarefa difícil e complexa pois, tal como refere Gomes (2003, p. 61), “esse conhecimento

apresenta-se numa forma heterogénea, formado por diferentes componentes interligadas e difíceis de isolar”.

Ao longo dos anos, um número considerável de teorias sobre o conhecimento do professor tem emergido e os investigadores têm desenvolvido e experimentado o uso de medidas para entender mais sobre as diferentes componentes do conhecimento do professor.

No presente trabalho usamos como referencial para a conceção e análise das tarefas a Teoria do *Conhecimento Matemático para Ensinar (MKT – Mathematics Knowledge for Teaching)*, desenvolvida através de dois projetos, na Universidade de Michigan, intitulados *The Mathematics Teaching and Learning to Teach Project*, liderado por Deborah Ball e Hyman Bass, e *Learning Mathematics for Teaching Project*, conduzido por Ball, Bass e Heather C. Hill.

Este grupo de investigadores tomou como base teórica o trabalho desenvolvido por Shulman (1986) sobre o conhecimento do professor e também exemplos de trabalho dos alunos e das suas experiências pessoais para construir a Teoria do *Conhecimento Matemático para Ensinar*.

Além disso, para definir a estrutura do construto *Conhecimento Matemático para Ensinar (MKT)*, isto é, para tentar perceber de que forma este conhecimento está organizado, Hill, Schilling e Ball (2004) construíram e aplicaram questões de escolha múltipla, num teste piloto com 700 professores, para medir, de forma confiável, com rigor e precisão, a estrutura do MKT.

O “Conhecimento Matemático para Ensinar” (MKT) divide-se em dois tipos de conhecimento: o “Conhecimento do Assunto” – *Subject Matter Knowledge* e o “Conhecimento Pedagógico do Conteúdo” – *Pedagogical Content Knowledge (PCK)*.

O “Conhecimento do Assunto” divide-se nos seguintes domínios: “Conhecimento Comum do Conteúdo” – *Common Content Knowledge (CCK)*; “Conhecimento Especializado do Conteúdo” – *Specialized Knowledge of Content (SKC)* e no “Conhecimento Horizonte do Conteúdo” – *Horizon Content Knowledge*.

Tabela 2 – Domínios do Conhecimento de Assunto

CONHECIMENTO DO ASSUNTO		
Conhecimento Comum	Conhecimento Especializado	Conhecimento Horizonte

Fonte: As autoras (2022), baseado em Ball et al. (2008).

Quanto ao “Conhecimento Pedagógico do Conteúdo”, inclui os seguintes domínios: “Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos” – *Knowledge of Student and Content (KSC)*; “Conhecimento do Conteúdo e do Ensino” – *Knowledge of Content and Teaching (KCT)* e no “Conhecimento do Conteúdo e do Currículo” – *Knowledge of Content and Curriculum (KCC)*.

Tabela 3: Domínios do conhecimento Pedagógico do Conteúdo

CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO		
Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos	Conhecimento do Conteúdo e do Ensino	Conhecimento do Conteúdo e do Currículo

Fonte: As autoras (2022), baseado em Ball et al. (2008).

Assim, tendo por base esta teoria do Conhecimento Matemático para Ensinar (MKT), neste trabalho pretendemos construir e adaptar tarefas matemáticas que visam desenvolver não só o Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK); mas especialmente o Conhecimento Especializado do Conteúdo (SKC) e o Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos (KSC).

Como referem Ball *et al.* (2008), o primeiro subdomínio – “Conhecimento Comum do Conteúdo” é o conhecimento necessário para efetuar “um simples cálculo ou responder corretamente a um dado problema” (p. 399). Apesar de os autores (Ball *et al.*, 2008) denominarem este conhecimento como “comum”, esclarecem que não significa que toda a gente possua este conhecimento, sublinhando também que este não é um conhecimento exclusivo para ensinar.

Contudo, os professores precisam de conhecer os conteúdos que ensinam: conceitos matemáticos, procedimentos, técnicas, algoritmos e regras matemáticas práticas e por que razão estas regras funcionam. Só deste modo, os docentes desta disciplina serão capazes de reconhecer quando um aluno dá uma resposta errada ou quando o manual tem uma definição incorreta, tarefas estas que ocorrem diariamente nas salas de aula.

O segundo subdomínio, “Conhecimento Especializado do Conteúdo” (SCK), é caracterizado como “a forma de conhecimento que é unicamente necessária aos professores para conduzirem o seu trabalho” (Ball *et al.*, 2008, p. 400).

Assim, Ball *et al.* (2008) identificam que um professor que possua o SCK é capaz de:

apresentar ideias matemáticas; responder “porquê” a questões dos alunos; encontrar um exemplo para fazer um ponto específico da matemática; reconhecer o que se está a incluir no uso de determinada representação; usar diferentes tipos de representações para correlacionar diferentes ideias e diferentes representações; relacionar os tópicos que estão a ensinar com tópicos de anos anteriores e com outros que vão ser lecionados posteriormente; explicar os objetos da matemática, e os seus propósitos, aos pais; melhorar e adaptar o conteúdo matemático presente nos manuais; modificar questões para torná-las mais fáceis ou difíceis; avaliar rapidamente a plausibilidade das questões (reivindicações) dos alunos; dar ou avaliar explicações matemáticas; escolher ou desenvolver definições; usar a notação e a linguagem matemática e criticar o seu uso; fazer questões matemáticas “produtivas”; selecionar representações com um dado propósito; detetar equivalências. (p. 400)

O SKC inclui saber-se, por exemplo, um conjunto de definições de figuras que são compreensíveis por parte dos alunos em diferentes níveis de ensino, com diferentes especificidades matemáticas.

Com este tipo de conhecimento, os professores são capazes de escolher as representações mais adequadas para ensinarem determinado conteúdo, para fazerem a exploração de determinado conceito de forma correta e para avaliarem o conhecimento matemático dos alunos.

Finalmente, o *Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos* (KSC) combina o conhecimento sobre os alunos e sobre a matemática. Este conhecimento é caracterizado pela capacidade de se antecipar o que os alunos vão pensar, o que vão confundir, o que lhes vai ser mais fácil e mais difícil, “(...) erros típicos, razões para esses erros, desenvolvimento de sequências e estratégias para resolver os seus problemas” (Hill; Schilling; Ball, 2004, p. 17). Por exemplo, os professores precisam de saber que muitos alunos que conseguem reconhecer um quadrado pensarão que é uma figura diferente se a rodarmos 45°.

O desenvolvimento destes tipos de conhecimento é fundamental para que o professor seja capaz de efetuar a seleção e implementação de tarefas desafiadoras em sala de aula

assumindo, assim, um papel preponderante no envolvimento dos alunos na sua aprendizagem, bem como do seu próprio envolvimento na aprendizagem efetiva dos seus alunos. Esta inter-relação revela-se essencial para que a aprendizagem efetivamente aconteça.

Também permite que o professor seja capaz de adequar, adaptar e reformular tarefas, inicialmente pensadas para professores ou futuros professores, para o nível etário dos respetivos alunos. Este é um trabalho que exige não só a compreensão dos conteúdos, mas também o conhecimento especializado do conteúdo e o conhecimento do conteúdo e dos alunos.

## 5 Opções metodológicas

Neste artigo pretende-se apresentar um estudo, ainda em curso, cujo principal objetivo é a criação/desenho/adaptação e implementação de tarefas para a formação de professores que permita aos (futuros)professores a construção e o aprofundamento de conhecimentos necessários para ensinar matemática, em particular geometria.

Considerando este objetivo, a metodologia utilizada é a Design-Based research (Brown, 1992; Pereira; Oliveira, 2020).

Baseados em revisão de literatura sobre o ensino e aprendizagem da geometria e sobre o desenho de tarefas, chegamos a alguns princípios que nos permitiram criar/adaptar uma coleção de tarefas. Em particular, pretendemos criar tarefas capazes de:

- gerar surpresa, conflito cognitivo e possam ser resolvidas por reflexão e discussão;
- promover diferentes formas de pensar;
- focar diretamente em obstáculos conceituais significativos;

Houve ainda a necessidade de decidir sobre a abrangência do estudo, ou seja, houve necessidade de delimitar os conteúdos matemáticos que pretendemos abordar, optando por trabalhar, nesta fase, figuras bidimensionais.

As tarefas serão implementadas com um grupo de professores do 1º ciclo do Ensino Básico<sup>4</sup>, no contexto de uma ação de formação, em formato de oficina. Já foram selecionados três tipos de tarefas, seguindo a tipologia definida por Swan (2007): classificar, analisar e avaliar e, para cada tipo, serão criadas/adaptadas 3 tarefas, perfazendo um total de 9 tarefas. Pretende-se que os professores se envolvam na exploração e análise de cada uma das tarefas, inicialmente de forma individual e depois em pequenos grupos, para, no final, em grande grupo, se fazer a partilha do trabalho desenvolvido pelos grupos, elencando as principais dificuldades e potencialidades de cada tipologia de tarefas. Adotamos deste modo a perspetiva de Swan e Green (2002) que indicam que as tarefas matemáticas devem promover a curiosidade e despertar o pensamento reflexivo e o questionamento, através de discussões em pequenos e em grande grupo; potenciar a confiança dos alunos ao permitir que os alunos explorem e partilhem ideias numa atmosfera reflexiva e sem pressa e que seja removido o medo de falhar, encarando os erros como oportunidades de aprendizagem ao invés de problemas que devem ser evitados.

---

<sup>4</sup> O 1.º ciclo do Ensino Básico corresponde aos 4 primeiros anos de escolaridade e destina-se às crianças dos 6 aos 10 anos de idade.

A recolha de dados será feita ao longo das sessões, recorrendo a uma diversidade de técnicas: notas de campo, registos de episódios, produções dos professores e questionários. A análise dos dados recorrerá sobretudo à análise de conteúdo (Bardin, 2009).

## 6 Exemplos de tarefas

Apresentamos, de seguida, um exemplo de uma tarefa de cada uma das tipologias que pretendemos construir e implementar, no âmbito deste estudo, nomeadamente *Classificar objetos matemáticos*, *Avaliar afirmações matemáticas* e *Analisar raciocínios e (re)soluções*. Como já foi referido, estas tipologias têm por base a classificação desenvolvida por Swan (2007), que se fundamenta nos diferentes processos de atividade cognitiva que as tarefas possam proporcionar/estimular.

Relativamente à tipologia *Classificar objetos matemáticos*, que envolve a conceção ou aplicação de uma classificação, desenhamos uma tarefa onde se pretende trabalhar as propriedades dos quadriláteros, e mais especificamente dos paralelogramos.

*A turma da professora Beatriz está a estudar os quadriláteros. Ao preparar uma aula, a professora encontrou as seguintes definições de paralelogramo, em diferentes manuais:*

- A. *Um paralelogramo é um quadrilátero com os lados opostos paralelos e com ângulos e lados não todos iguais.*
- B. *Um paralelogramo é um quadrilátero com lados iguais e paralelos, ângulos opostos iguais e diagonais não perpendiculares que se bisetam.*
- C. *Um paralelogramo é um quadrilátero com lados opostos paralelos.*

*A professora Beatriz está com dúvidas em escolher uma das definições.*

*Qual das definições considera mais adequada? (selecione A., B. ou C.)*

(Tarefa do tipo Classificar, criada pelas autoras, 2022)

Esta tarefa foi desenhada com o propósito de explorar o papel das definições de conceitos matemáticos elementares e as suas características, tendo em conta que definir é mais do que descrever, é um meio de organizar dedutivamente as propriedades de um objeto (Freudenthal, 1973). Assumindo que as definições desempenham um papel fundamental e têm um significado especial na atividade matemática, uma vez que, definir é uma componente básica do conhecimento (geométrico) e aprender a definir é um problema básico da educação matemática (Mariotti; Fischbein, 1997), parece-nos importante que os professores tenham consciência que existem diferentes definições, não necessariamente equivalentes e que a opção por qualquer uma delas acarreta consequências.

O exemplo seguinte apresenta uma tarefa do tipo *Avaliar afirmações matemáticas*, em que os alunos decidem sobre a validade de afirmações matemáticas.

*A turma da professora Andreia esteve a aprender que em Geometria existem casos especiais, por isso, às vezes, esses casos podem ser verdadeiros e, noutras situações, falsos.*

*Para as seguintes afirmações, assinale no quadro se são sempre verdadeiras, às vezes verdadeiras, ou nunca verdadeiras.*

	<i>Sempre verdadeira</i>	<i>Às vezes verdadeira</i>	<i>Nunca verdadeira</i>	<i>Não tenho a certeza</i>
<i>Um quadrado é um retângulo.</i>				

<p><i>As diagonais de um paralelogramo cruzam-se perpendicularmente.</i></p>			
--	--	--	--

(Tarefa do tipo Avaliar, criada pelas autoras, 2022)

Os conceitos envolvidos nesta tarefa, apesar de serem basilares para o conhecimento dos quadriláteros, parecem constituir um obstáculo para alguns futuros professores e mesmo professores em exercício de funções, como as autoras já tiveram oportunidade de observar em diferentes contextos, nomeadamente na docência e no âmbito de programas de formação contínua de professores.

Muitas vezes, os futuros professores e mesmo os professores no ativo compreendem as figuras geométricas como estanques, sem relação com as restantes. Contudo, os quadriláteros podem ser classificados de forma hierárquica (Ferreira; Gomes, 2015), estando as suas características relacionadas. Na formação inicial e contínua parece-nos que se deve explorar a relação entre as propriedades dos vários quadriláteros, o que permitirá, por exemplo, avaliar com facilidade e rigor as afirmações matemáticas, presentes na tarefa em cima.

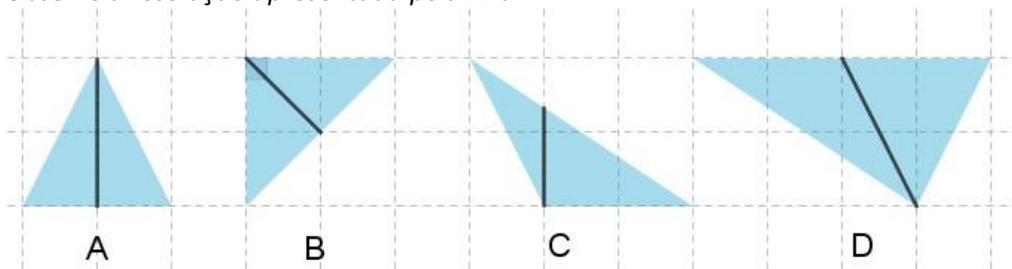
Por outro lado, este tipo de atividade desenvolve nos alunos “a capacidade de explicar, convencer e provar” (Swan, 2005, p.21), ou seja, permite não só trabalhar conceitos como desenvolver capacidades transversais importantes no ensino e aprendizagem da matemática, como a comunicação, o pensamento crítico e o pensamento criativo, patentes no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (ME, 2017).

Neste tipo de tarefa o papel do professor será de incentivar os alunos a pensar mais profundamente, sugerindo que forneçam mais exemplos; enunciem razões mais convincentes e façam o papel do “crítico”.

No que concerne às tarefas enquadradas na tipologia *Analisar raciocínios e (re)soluções*, onde os alunos identificam os erros de raciocínio e comparam estratégias de resolução, o exemplo seguinte enquadra-se no âmbito de trabalho envolvendo as propriedades dos triângulos.

*A professora Luísa desenhou vários triângulos no quadro e pediu aos seus alunos para desenharem uma das alturas desses triângulos.*

*Observe a resolução apresentada pela Ana:*



*Em qual dos triângulos não está representada uma das alturas do triângulo? (escolha uma opção)*

(Tarefa do tipo Analisar, criada pelas autoras, 2022)

As alturas do triângulo são um conceito em que, quer (futuros) professores quer alunos revelam muitas dificuldades e limitações, já identificados na literatura (Couto; Vale, 2012). Com esta tarefa pretendemos clarificar não só o conceito de altura do triângulo, como abrir “uma porta” para o estudo das propriedades dos triângulos. Este tipo de tarefas proporciona

a análise de produções dos alunos e permite salientar as mais-valias deste processo no ensino e aprendizagem da matemática. Desta forma, o erro é utilizado como oportunidade de análise e (re)construção de conhecimento.

## 7 Considerações finais

Este estudo tem como principal propósito a construção de um conjunto de tarefas desafiadoras e propiciadoras de aprendizagens efetivas e significativas, no âmbito do ensino e aprendizagem de conceitos geométricos, procurando dar resposta a dificuldades detetadas, em estudos anteriores, quer ao nível da formação inicial de professores, quer ao nível da formação contínua.

A opção pelo foco nas situações matematicamente críticas reveladas por (futuros) professores, prende-se com a necessidade, e desejo, de obtermos uma maior compreensão das situações em que estes se encontram mais débeis, de modo a podermos conceptualizar formas de as colmatar, incrementando o seu conhecimento matemático para ensinar (BALL, *et al.*, 2008). Caso não sejam colmatadas, estas lacunas no conhecimento do assunto impossibilitarão o desenvolvimento de qualquer outro subdomínio do conhecimento dos (futuros) professores, já que este sustenta também o desenvolvimento de um conhecimento pedagógico do conteúdo (Baumert, *et al.*, 2010). Deste modo surge reforçada a necessidade de que, na formação (inicial e contínua) possam ser propostas aos (futuros) professores, tarefas que lhes permitam desenvolver o seu conhecimento matemático para ensinar, tendo em consideração a especificidade deste. Esse desenvolvimento possibilitará a preparação e implementação de tarefas que constituam oportunidades de aprender – no sentido de Hiebert e Grouws (2007).

Deste modo, as tarefas que preparamos (natureza, tipo e foco) e propomos na formação têm uma importância fulcral e deverão ter, necessariamente, em conta os diferentes aspetos do conhecimento do professor e corresponder, simultaneamente, a uma fonte de experiências e vivências similares às que se espera os (futuros) professores possam facultar aos seus alunos. Assim, as tarefas propostas no decorrer da formação deverão, por um lado, centrar-se em tópicos nos quais os (futuros) professores revelam maiores dificuldades e, por outro, a sua conceptualização ter em conta a especificidade da ação docente e do conhecimento envolvido num ensino com e para a compreensão, de modo a possibilitar que os professores possam ir desenvolvendo o seu conhecimento matemático para ensinar de forma continuada e com experiências fundamentadas em situações que ilustrem a prática.

A construção das tarefas, enquadradas nas tipologias *Classificar objetos matemáticos*, *Avaliar afirmações matemáticas* e *Analisar raciocínios e (re)soluções* (Swan, 2007), está a revelar-se não só desafiante como gratificante, na medida em que têm surgido ideias que considerámos muito interessantes e diversificadas.

O processo criativo permitiu selecionar as tarefas que consideramos adequadas ao estudo em curso, e que se espera virem a servir o seu maior propósito: fomentar o uso de tarefas que ajudem os (futuros) professores no ensino da geometria.

É, assim, necessária mais investigação que possibilite elaborar tarefas associadas ao desenvolvimento do conhecimento do professor tendo em consideração as especificidades desse conhecimento. O fato de considerarmos essencial identificar e partir de situações matematicamente críticas tem por intuito servir de catalisador para potenciar o

desenvolvimento de um conhecimento matemático para ensinar que possibilite a passagem a um nível superior, que torne possível aos (futuros) professores entender e dar significado ao que fazem, porque o fazem e como o fazem. Apenas sendo confrontados com tarefas desse tipo poderão os (futuros) professores vir a preparar e implementar, eles próprios, tarefas ou sequências de tarefas para os seus alunos que sejam, efetivamente, matematicamente ricas, desafiadoras e de um elevado nível cognitivo.

## Referências

- BALL, D.L.; THAMES, M.H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, 59(5), 389–407, 2008.
- BALL, D.L.; FORZANI, F. M. The Work of Teaching and the Challenge for Teacher Education. **Journal of Teacher Education**, 60 (05), 497-511, 2009.
- BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2009.
- BAUMERT, J. *et al.* Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. **American Educational Research Journal**, v.47, n.1, 133-180, 2010.
- BILLS, C.; BILLS, L.; WATSON, A.; MASON, J. **Thinkers**. Derby: ATM, 2004.
- BROWN, A. L. Design Experiments: Theoretical and Methodological Challenges in Creating Complex Interventions in Classroom Settings. **The Journal of the Learning Sciences**, 2 (2), 141-178, 1992.
- CHAPMAN, O.; AN, S. A survey of university-based programs that support in-service and pre-service mathematics teachers' change. **ZDM**, 49(2), 171-185, 2017.
- COHEN, D. K. **Teaching and Its Predicaments**. Cambridge, MA and London, England: Harvard University Press, 2011. <https://doi.org/10.4159/harvard.9780674062788>
- COUTO, A.; VALE, I. O conhecimento geométrico de futuros professores do ensino básico: uma breve caracterização. **Associação de Professores de Matemática**, 207-219, 2012.
- FERREIRA, M.; GOMES, A. Classificação hierárquica dos quadriláteros e comunicação matemática: uma experiência com alunos do 4.º ano de escolaridade. **Jornal das Primeiras Matemáticas**, 5, 91-106, 2015.
- FREUDENTHAL, H. **Mathematics as an educational task**. Dordrecht: D. Reidel, 1973.
- GOMES, A. **Um estudo sobre o Conhecimento matemático de (futuros) professores do 1.º Ciclo – O problema dos conceitos fundamentais em geometria**. 2003. Dissertação (Doutoramento em estudos da Criança- Matemática elementar) -Instituto de Estudos da Criança, Universidade do Minho, 2004.
- HIEBERT, J.; GROUWS, D. The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. Lester (Ed.), **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning** (pp. 371-404). NCTM: Information Age Publishing, 2007.

HIEBERT, J.; WEARN, D. Instructional Task, Classroom Discourse, and Students' Learning in Second Grade. **American Educational Research Journal**, 30, 393-425, 1993.

HILL, H. C.; SCHILLING S. G.; BALL, D. L. Developing Measures of Teachers' Mathematics Knowledge for Teaching. **The Elementary Journal**, 105 (1), 11-30, 2004.

JONES, K.; PEPIN, B. Research on mathematics teachers as partners in task design. **Journal of Mathematics Teacher Education**, 19(2), 105-121, 2016.

LILJEDAHL, P.; CHERNOFF, E.; ZAZKIS, R. Interweaving mathematics and pedagogy in task design: a tale of one task. **Journal of Mathematics Teacher Education**, 10, 239-249, 2007.

MARIOTTI, M.; FISCHBEIN, E. Defining in classroom activities. **Educational Studies in Mathematics**, 34(3), 219-248, 1997.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória, Lisboa: ME, 2017.

MITCHELL, I.; CARBONE, A. A typology of task characteristics and their effects on student engagement. **International Journal of Educational Research**, Volume 50, Issues 5–6, 257-270, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2011.05.001>.

NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Lisboa: APM. 2007 (Trabalho original publicado em 2000).

PEREIRA, A.; OLIVEIRA, I. Design-based research e investigação-ação: Dois olhares que se entrecruzam. **New Trends in Qualitative Research/Investigação Qualitativa em Educação: Avanços e Desafios**, 2, 336-350. 2020. <https://doi.org/10.36367/ntqr.2.2020.336-350>

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), **O professor e o desenvolvimento curricular** (pp. 11-34). Lisboa: APM, 2005.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In João Pedro da Ponte (Ed.), **Práticas profissionais dos professores de Matemática** (pp.13-27). Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, 2014.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Thousand Oaks, California, v. 15, n. 4, p. 4-14, 1986.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. **Mathematics teaching in the middle school**, 3(4), 268-275, 1998.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S.; HENNINGSEN, M. A.; SILVER, E. A. **Implementing standards-based mathematics instruction: a Casebook for Professional Development**. New York: Teachers College Press, 2000.

SWAN, M.; GREEN, M. **Learning mathematics through discussion and reflection**. London: Learning and Skills Development Agency, 2002.

SWAN, Malcolm. The impact of task-based professional development on teachers' practices and beliefs: a design research study. **Journal of Mathematics Teacher Education** 10, 217–237, 2007. <https://doi.org/10.1007/s10857-007-9038-8>

SWAN, M.; SWAIN, J. **Thinking through Mathematics – Research Report**. London: National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy, 2007

THANHEISER, E.; OLANOFF, D.; HILLEN, A.; FELDMAN, Z.; TOBIAS, J. M.; WELDER, R. M. Reflective analysis as a tool for task redesign: The case of prospective elementary teachers solving and posing fraction comparison problems. **Journal of Mathematics Teacher Education**, 19(2), 123-148, 2016.

WATSON, A.; MASON, J. Taken-as-shared: A review of common assumptions about mathematical tasks in teacher education. **Journal of Mathematics Teacher Education**, 10(4), 205-215, 2007.

ZASLAVSKY, O. Meeting the challenges of mathematics teacher education through design and use of tasks that facilitate teacher learning. In **International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 4**, pp. 93-114, 2008.