



Ensino de Matemática e cientificidade: uma altitude de 1,5 km é suficiente para mostrar que a Terra é plana?

Márcio Nascimento da Silva

Universidade Estadual Vale do Acaraú

Sobral, CE – BRASIL

lattes.cnpq.br/1238525895578581

mharcus@gmail.com

orcid.org/0000-0002-3954-2726

Maristani Polidori Zamperetti

Universidade Federal de Pelotas

Pelotas, RS – BRASIL

lattes.cnpq.br/8058990518394490

maristaniz@hotmail.com

orcid.org/0000-0001-9600-1988

Rozane da Silveira Alves

Universidade Federal de Pelotas

Pelotas, RS – BRASIL

lattes.cnpq.br/4433578915491616

rsalvex@gmail.com

orcid.org/0000-0001-9409-3495

Ensino de Matemática e cientificidade: uma altitude de 1,5 km é suficiente para mostrar que a Terra é plana?

Resumo

A ideia de um planeta Terra esférico já é conhecida desde os gregos, há cerca de 2500 anos (Crease, 2006). Porém, na atualidade, os avanços tecnológicos tanto permitem novas formas de comprovar a esfericidade do planeta como também amplificam, via redes sociais, as vozes de movimentos negacionistas, dentre eles o de que a Terra é um enorme disco coberto por um domo que contém a Lua e o Sol (Albuquerque; Quinan, 2019; Bertotti, 2020; Lewandowsky; Cook, 2020; Sousa Filho, 2020). Neste artigo, trazemos uma discussão que pode auxiliar o professor de Matemática a abordar este tema e a trabalhar tópicos de História da Matemática, geometria, trigonometria, proporção e o conceito de limites em nível escolar. Mostraremos matematicamente que observação em baixas altitudes – como foi o experimento fatal de Mark Hughes em 2020 – não são conclusivas quanto à esfericidade ou não do planeta. Esse processo nos levou à construção de expressões simples que nos permitem comparar as distâncias na superfície (geodésica) e no sólido (caso fossem percorridas por dentro do globo terrestre), além de calcular o percentual da área da superfície do planeta que é visível por um observador acima da superfície terrestre em função desta altura (distância) H .

Palavras-chave: esfera; matemática; negacionismo; trigonometria.

Teaching Mathematics and Scientificity: is an altitude of 1.5 km sufficient to show that the Earth is flat?

Abstract

The concept of a spherical planet Earth has been known since the time of the ancient Greeks, around 2500 years ago (Crease, 2006). However, today, technological advances not only provide new ways to verify the Earth's sphericity but also amplify, through social media, the voices of denialist movements — including those claiming that the Earth is a flat disc covered by a dome containing the Moon and the Sun (Albuquerque & Quinan, 2019; Bertotti, 2020; Lewandowsky & Cook, 2020; Sousa Filho, 2020). This article presents a discussion aimed at supporting mathematics teachers in addressing this topic while exploring concepts from the History of Mathematics, geometry, trigonometry, proportion, and limits at the school level. We mathematically demonstrate that observations from low altitudes — such as the fatal experiment conducted by Mark Hughes in 2020 — are inconclusive regarding the Earth's sphericity. This analysis led us to develop simple expressions that allow us to compare distances on the surface (geodesic) with those through the solid Earth (as if traversed inside the globe), as well as to calculate the percentage of the Earth's surface visible to an observer located at a given height (H) above the ground.

Keywords: Math; negationism; sphere; trigonometry.

Enseñanza de las matemáticas y la ciencia: ¿es suficiente una altitud de 1,5 km para mostrar que la Tierra es plana?

Resumen

La idea de un planeta Tierra esférico se conoce desde los griegos, hace unos 2500 años (Crease, 2006). Sin embargo, hoy en día, los avances tecnológicos permiten tanto nuevas formas de probar la esfericidad del planeta como amplificar, a través de las redes sociales, las voces de los movimientos negacionistas, entre ellos el hecho de que la Tierra es un enorme disco cubierto por una cúpula que contiene la Luna y el Sol (Albuquerque; Quinan, 2019; Bertotti, 2020; Lewandowsky; Cook, 2020; Sousa Filho, 2020). En este artículo traemos una discusión que puede ayudar al profesor de Matemáticas a abordar este tema y trabajar temas de Historia de las Matemáticas, geometría, trigonometría, proporción y el concepto de límites a nivel escolar. Demostraremos matemáticamente que las observaciones a bajas altitudes, como fue el experimento fatal de Mark Hughes en 2020, no son concluyentes en cuanto a si el planeta es esférico o no. Este proceso nos llevó a construir expresiones sencillas que nos permiten comparar las distancias en la superficie (geodésica) y en el sólido (si estuvieran cubiertas por dentro del globo), además de calcular el porcentaje de la superficie del planeta que es visible para un observador sobre la superficie de la Tierra en función de esta altura (distancia) H .

Palabras clave: esfera; Matemáticas; negacionismo; trigonometría.

Introdução

Alguns dias antes de a Organização Mundial de Saúde (OMS) declarar a pandemia de COVID-19, um cearense saiu de Fortaleza, na madrugada de 5 de março de 2020, com destino a Pelotas, no Rio Grande do Sul. Sobrevoando o céu da Região Sudeste na ensolarada manhã daquela quinta-feira, ele se deu conta de que até onde seus olhos podiam alcançar, não ficava “evidente” a curvatura da Terra. Ao conferir a altitude da aeronave na tela do monitor individual disponibilizado pela companhia aérea, viu que estava a 12 km (ou cerca de 39 mil pés) acima do nível do mar.

O cearense lembrou que há pouco mais de uma semana, havia assistido uma matéria na TV sobre a morte de Mike Hughes, um norte-americano de 64 anos que havia construído um foguete que o lançaria verticalmente a 1,5 km (ou cerca de 5 mil pés). Nesta altura, ele provaria – fazendo algumas fotografias – que a superfície da Terra teria curvatura nula. Além da crença na Terra plana, Hughes costumava declarar que não acreditava que humanos já tinham viajado para fora do planeta (Sullivan, 2020). Ora, se a uma altitude de 12 km, o cearense não

percebeu pela janela do avião que a superfície do planeta apresentava algum encurvamento, como poderia Hughes ter essa certeza com $1/8$ desta altura?

O projeto de Mike Hughes não chegou a se concretizar totalmente. O foguete foi construído, mas no seu lançamento ocorreu um erro fatal: o paraquedas do veículo, item essencial para o retorno do foguete ao solo, foi perdido ainda na decolagem. O evento aconteceu no dia 22 de fevereiro de 2020, nas proximidades de Barstow, cidade no interior do estado da Califórnia, nos Estados Unidos. O acidente aconteceu durante as gravações do programa de TV *Homemade Astronauts* do *Science Channel* (Sullivan, 2020).

Posto isso, vemos nessa situação uma ótima oportunidade para contextualizar a matemática. Com alguns conceitos básicos de História da Matemática, geometria, trigonometria e proporção, todos acessíveis aos estudantes da Educação Básica, veremos porque não é suficiente subir a apenas 1,5 km de altura e constatar que a Terra é plana (ou não) por meio de observação.

Basicamente, vamos determinar o percentual da área da superfície terrestre que pode ser vista por um observador que está em um ponto acima do solo. Iniciaremos com um caso particular, com o observador a uma altitude de 12km e o percentual da superfície terrestre que pode ser vista neste caso. Depois, faremos a generalização, determinando a área que pode ser vista em função da altitude H . Com essa generalização, veremos o percentual que Mike Hughes poderia ter visto a 1,5 km de altura ou o que pode ser visto por um astronauta na Estação Espacial Internacional, por exemplo.

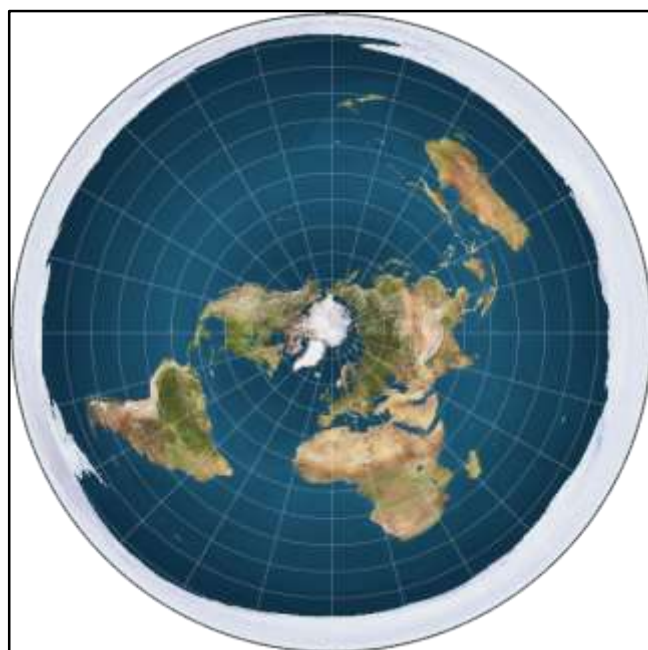
Em suma, com este artigo, buscamos desenvolver ideias que possam ser úteis a professores de matemática na Educação Básica que, explorando conceitos próprios desse nível educacional, podem ensinar através de situações reais e promover debate e engajamento em torno de questões polêmicas. Porém, antes de fazermos contas, discutiremos acerca dos movimentos negacionistas, em particular, o terraplanismo.

2 Terraplanismo e movimentos negacionistas

Apesar do avanço científico ao longo da história da humanidade que permitiu, dentre outras coisas, o transplante de órgãos, a realização de videoconferências, as viagens intercontinentais em navios e aviões e, ainda, o desenvolvimento de vacinas em menos de um ano, há quem acredite que tantas técnicas e tecnologias são ilações ou parte de teorias conspiratórias que escondem da humanidade determinadas verdades. Uma de tais mentiras seria a de que o planeta Terra não é esférico mas, sim, um enorme disco coberto por um domo dentro do qual estão a Lua e o Sol (ambos de mesmo tamanho), e que o espaço sideral é uma farsa sustentada pela National Aeronautics and Space Administration (NASA) (Albuquerque; Quinan, 2019).

Seria como uma versão em escala ampliada de Seaheaven, a cidade fictícia do filme “O show de Truman” no qual o personagem interpretado por Jim Carrey vive, sem saber, num reality show que simula toda a sua vida por anos. Além disso, a gravidade não existe e no centro da Terraplana estaria o Polo Norte. O que chamamos de Polo Sul, na verdade é a borda do disco, um imenso paredão de gelo como representado na figura 1, contrariando, por exemplo, o velejador brasileiro Amyr Klink, mundialmente conhecido por suas viagens à Antártida.

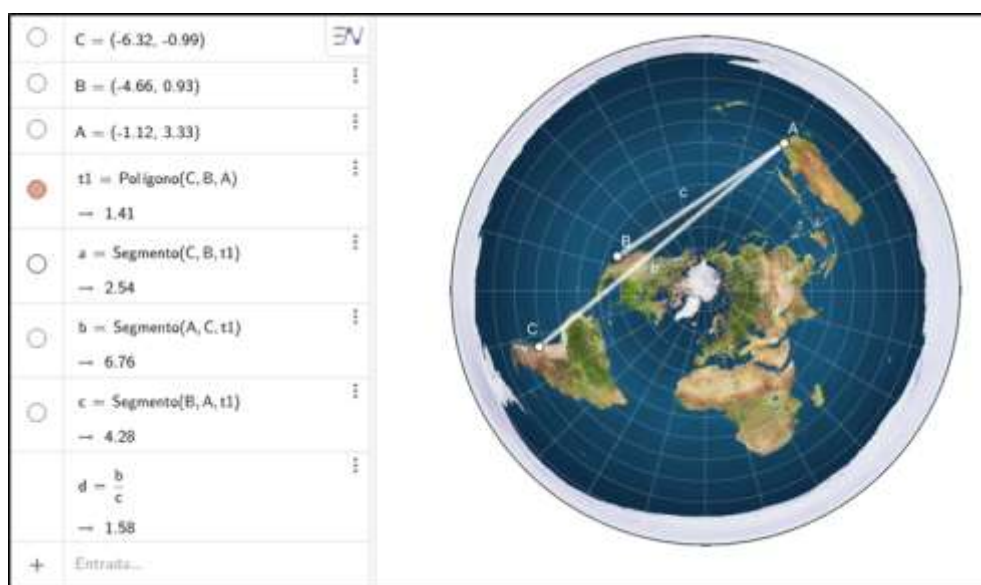
Figura 1: O mapa da Terraplana



Fonte: MAPA da terraplana. www.gratispng.com. [S. l.], c2024.

Dentre uma série de inconsistências apresentadas por esse modelo, citamos as ligadas às rotas aéreas dos voos internacionais. Por exemplo, um voo direto entre Santiago (Chile) e Sydney (Austrália) pode ser realizado no tempo de 14 horas e 35 minutos. Já um voo direto de Santiago a Los Angeles (Estados Unidos) é feito em 11 horas e 25 minutos, enquanto que de Los Angeles a Sydney é realizado em 14 horas e 50 minutos. Porém, ao considerarmos o mapa da Terra Plana como na figura 2 e os pontos A, B e C representando, respectivamente, as cidades de Sydney, Los Angeles e Santiago, percebemos que o voo direto Santiago-Sydney corresponderia a um percurso cerca de 1,6 vezes maior do que Los Angeles-Sydney, mas seria realizado em um tempo menor.

Figura 2: Santiago, Los Angeles e Sydney no mapa da Terra Plana



Fonte: Print Screen do esquema reproduzido em software, 2020.

A forma esférica do planeta Terra já era do conhecimento da humanidade mesmo quando ainda se achava que aqui estaria o centro do universo. Os gregos já tinham convicção de que nosso planeta era esférico e de que era relativamente pequeno se comparado ao tamanho do Universo. Aristóteles notou que os viajantes viam diferentes configurações das estrelas no céu a depender se a viagem era mais para o norte ou mais para o sul. Eratóstenes, no século III a.C. fez a primeira medição conhecida do tamanho da circunferência da Terra usando

ferramentas simples – a sombra projetada de um relógio de Sol – e informações conhecidas à época, como a distância entre as cidades de Alexandria e Siena (Crease, 2006).

A crença na Terra plana nem sempre foi/é puro negacionismo. Algumas passagens bíblicas podem influenciar na decisão de quem acredita na curvatura nula da superfície do planeta. Por exemplo, no livro de Isaías (Antigo Testamento da Bíblia), temos: “Javé se assenta sobre o círculo da terra, e seus habitantes parecem um bando de gafanhotos. Ele desdobra o céu como toldo, e o estende como tenda que sirva para morar” (Bíblia, Isaías 40, 22). Porém, na atualidade, quando a insistência no negacionismo se dá por parte daqueles que não estão privados do acesso ao conhecimento científico, Alípio de Sousa Filho classifica-o como “obscurantismo cínico” (Sousa Filho, 2020, p. 2).

O movimento terraplanista, tal como conhecemos hoje, tem origem no século XIX com a Sociedade Zetética na Inglaterra, fundada por Samuel Birley Rowbotham (Eler; Versignassi, 2020). Nos séculos XIX e XX, tentava-se demonstrar através de experimentos que não havia razão para acreditar na existência de curvatura positiva na superfície do planeta. Um exemplo é o experimento realizado em 1838 em Old Bedford, um longo rio artificial e sem curvas gerado pelo desvio das águas do rio Great Ouse, no leste da Inglaterra. Na ocasião, Rowbotham – escritor, inventor e literalista bíblico – entrou no canal de águas calmas com um telescópio posicionado 20 centímetros acima da superfície da água (Haskell, 2019).

Dali foi possível observar uma embarcação por quase 10 km rio “abaixo”. Na interpretação do inventor, se a Terra fosse esférica, a embarcação deveria ter desaparecido totalmente do seu campo de visão a essa distância. Com outros experimentos semelhantes, Rowbotham estava convicto de que a Terra seria plana, porém, ele desconhecia o efeito da refração atmosférica da luz próxima à superfície. Apenas em 1870, quando o topógrafo Alfred Russel Wallace aceitou um desafio proposto na revista *Scientific Opinion* por John Hampden – que desejava recriar o experimento – a “teoria” de Rowbotham foi refutada. Ao vencer o desafio, Wallace ganhou 500 libras e a irritação de Hampden (Wallace, 1871; Haskell, 2019).

Em 1956, a Sociedade Zetética é sucedida pela International Flat Earth Research Society que, de certa forma, teve fôlego para se manter ativa mesmo com advento do século XXI, ainda sendo referência nos dias atuais. Um de seus maiores expoentes é Mark Sargent, um norte-americano que produz vídeos para o seu canal no YouTube defendendo o terraplanismo e acusando órgãos como a Central Intelligence Agency (CIA) e a NASA de promoção de mentiras. O documentário “A Terra é Plana”, disponível em plataformas de streaming, apresenta esse e outros personagens das narrativas atuais do terraplanismo (Behind [...], 2018).

No Brasil, o movimento também está presente. São vários os canais no YouTube promovendo as ideias terraplanistas. Citamos, por exemplo, o canal “Sem Hipocrisia” que conta com mais de 151 mil inscritos (em maio de 2023) e é alimentado pelo youtuber Jota Marthins. É possível encontrar no canal uma playlist intitulada “Terra Plana – Matemática” na qual o youtuber recorre à Matemática para comprovar a planicidade do planeta e refutar a sua esfericidade. Aliás, a própria Matemática é contestada em outro canal, a saber, “O professor terra plana”, quando no episódio “PROFESSOR TERRA PLANA - A MATEMÁTICA DO GLOBO É UMA MENTIRA” afirmam que os “matemáticos”, seguidores de uma suposta religião não baseada no conhecimento convencional, desejam recriar o mundo.

O terraplanismo e outros movimentos, como os antivacinas ou a contestação do aquecimento global, são considerados crenças negacionistas, isto é, pessoas e grupos que, se apoiando em teorias conspiratórias, negam a ciência com argumentos baseados em padrões de pensamento pouco confiáveis (Lewandowsky; Cook, 2020). Tais movimentos se articulam com “uma crise da democracia, de escala global e, de modo mais abrangente, a uma crise epistemológica, que se traduz na perda de confiança em instituições fundamentais da sociedade” (Albuquerque; Quinan, 2019, p. 84). Algumas vezes tais posicionamentos são defendidos até mesmo por diplomatas, como é o caso do ex-ministro brasileiro das Relações Exteriores, Ernesto Araújo, quando em novembro de 2018 alegou que a mudança climática é parte de um complô marxista (Watts, 2018).

Sousa Filho (2020, p. 27) aponta o negacionismo como plataforma das teorias de conspiração “que levam as pessoas a supor que a ciência seria parte de algum plano secreto (de grupos políticos ou econômicos poderosos e seitas secretas) que visariam implantar um ‘sistema de dominação’ controlador de todos”. Nesse contexto, o professor que ensina Matemática pode contribuir com atividades que abordem esses temas pois, a “ciência pode e deve ser questionada e criticada, mas isso deve ser feito de maneira justificada, a partir de evidências e de razões e não de uma suspeita exagerada, infundada e prejudicial” (Bertotti, 2020, p. 203).

3 Procedimentos metodológicos

Tomando como motivação o experimento de Mark Hughes, mostraremos matematicamente que seu teste daria uma condição necessária, mas não suficiente para comprovar que a superfície do planeta Terra tem curvatura nula. Para tanto, usaremos ideias simples da geometria e trigonometria, além do conceito de proporção e limites, que podem ser reproduzidos e/ou adaptados na sala de aula ou em atividades escolares de nível básico de ensino.

E, para que não restem dúvidas, antes de prosseguir, reforçamos: nosso objetivo não é provar que a Terra tem formato esférico – pois já temos este fato como premissa –, mas mostrar que determinados argumentos usados por terraplanistas são inconclusivos.

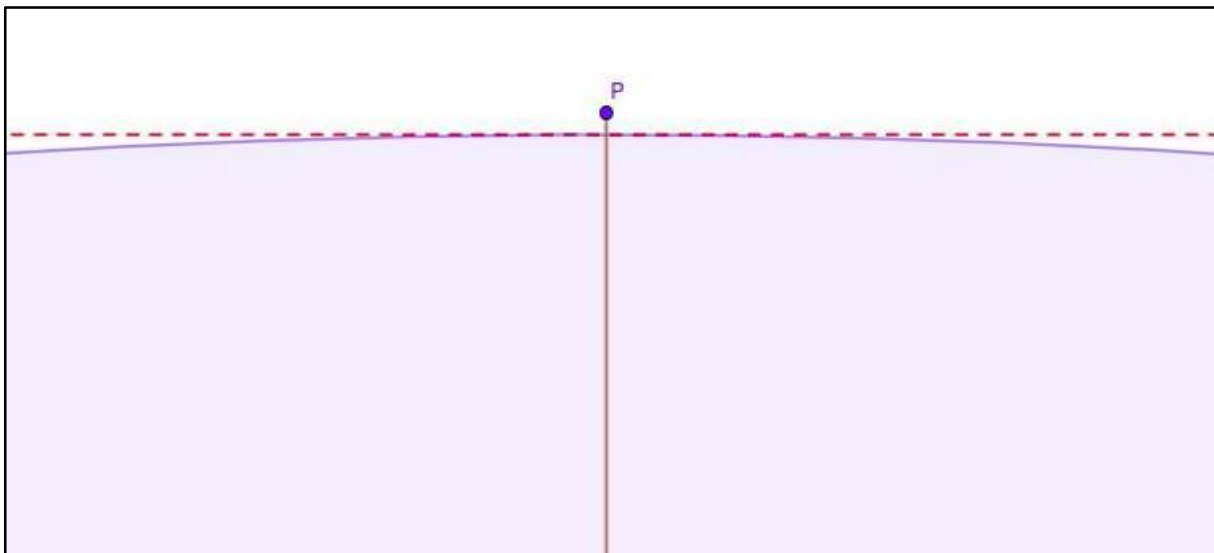
4 Por que a curvatura do planeta não é percebida a doze quilômetros de altura?

Antes de prosseguir, gostaríamos de destacar que neste artigo usaremos o termo esférico em vez de redondo. Segundo o dicionário Priberam, um dos significados de redondo é circular (Redondo, c2020). Desta forma, dizer que a Terra é um disco, seria equivalente a dizer que a Terra é redonda. Portanto, para fugir de qualquer intersecção com a crença terraplanista, vamos usar o termo Terra esférica, ainda que tenhamos aprendido na escola que a Terra é levemente achatada nos polos. Isso posto, vamos começar. Nosso objetivo é mostrar, através

de conceitos e procedimentos simples de matemática, que o experimento de Mark Hugues não seria suficiente para comprovar uma suposta planicidade do planeta.

Imagine um plano cortando a esfera terrestre e passando pelo seu centro: um meridiano (ou o equador). O ponto P da figura 3 representa um avião a 12 km de altura, ainda na Troposfera – a primeira camada da atmosfera que se entende a cerca de 20 km de altura na linha do Equador e 10 km nos polos (Camadas [...], c2007). A linha tracejada é tangente ao meridiano na projeção ortogonal do ponto P. O esquema da figura foi construído mantendo-se as proporções e considerando o raio da esfera terrestre sendo $R = 6370$ km. Na verdade, este é adotado como raio médio da Terra, uma vez que devido a sua forma – geoide – a distância da superfície ao centro do planeta tem diferentes valores, sendo os raios Equatorial e Polar de aproximadamente 6378 km e 6357 km, respectivamente (Branco, 2016).

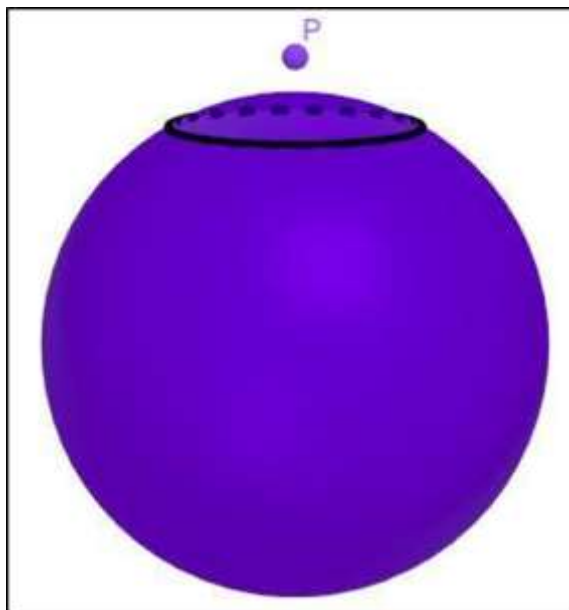
Figura 3: Representação em escala de um avião a 12 km de altura



Fonte: Print Screen do esquema reproduzido em software, 2020.

De dentro do avião, um passageiro teria ao seu alcance de visão uma calota esférica, como representado (apenas de maneira ilustrativa e não em escala) na figura 4.

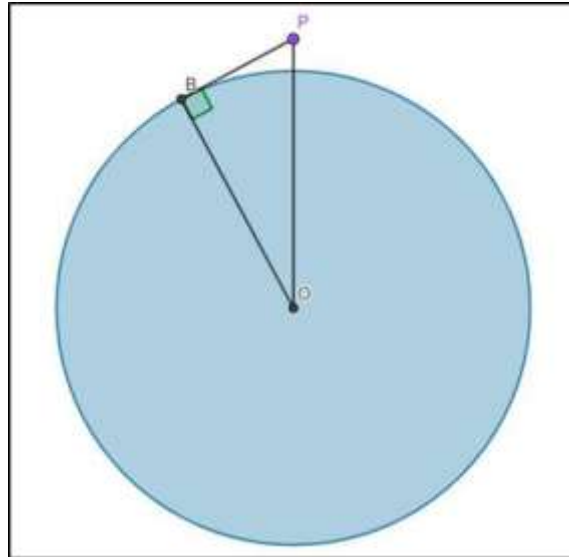
Figura 4: Representação do campo de visão de um passageiro no avião



Fonte: Print Screen do esquema reproduzido em software, 2020.

Para termos noção do quão pequeno é esse campo de visão frente ao tamanho da Terra, vamos determinar o percentual da área da superfície do planeta visível pelo passageiro. Voltando à representação meridional da figura 3, seja B o ponto limite do horizonte do passageiro, isto é, um ponto sobre a circunferência que delimita a calota esférica indicada na figura 4. Considerando o planeta uma esfera, o segmento PB é perpendicular ao raio $R = OB$, em que O é o centro da Terra, conforme mostrado na figura 5, agora não mais na proporção real.

Figura 5: B representa o ponto limite no horizonte do passageiro



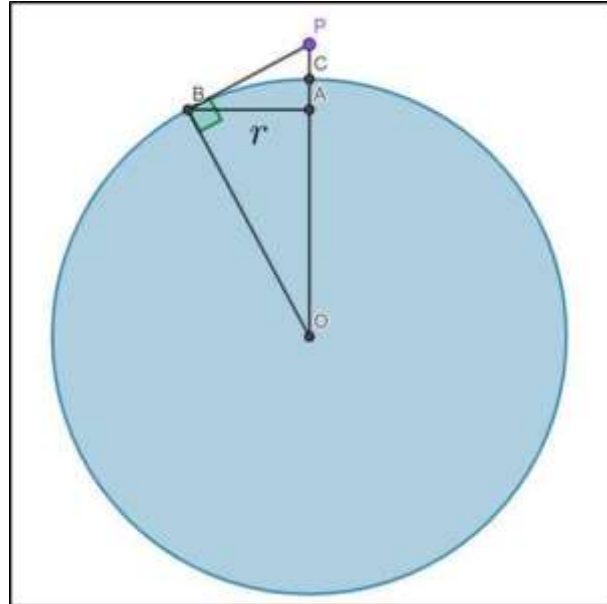
Fonte: Print Screen do esquema reproduzido em software, 2020.

Temos, então, o triângulo POB, retângulo em B. Além disso, $R = BO = 6370$ km e $PO = 6382$ km implicam que o ângulo no vértice P é dado por

$$\hat{P} = \text{arc sen} \frac{6370}{6382} = 86,486^\circ$$

Dado que a soma dos ângulos internos de um triângulo plano é igual a 180° , tem-se que o ângulo no vértice O do triângulo POB é de $3,514^\circ$. Usando o Teorema de Pitágoras é possível calcular a distância do avião (ponto P) até o ponto B, que será de 391,183 km, representado pelo lado PB. Com essas medidas, vamos calcular o raio da base e a altura da calota esférica, respectivamente representados por r e AC na figura 6.

Figura 6: O triângulo PBA é retângulo em A



Fonte: Print Screen do esquema reproduzido em software, 2020.

Traçando o triângulo PBA (retângulo em A), encontramos o raio r da base da calota:

$$r = BA = PB \cdot \sin \hat{P} = (391,183\text{km}) \cdot [\sin(86,486^\circ)] = 390,448\text{km}$$

E, usando novamente o Teorema de Pitágoras, agora no triângulo PBA, temos:

$$\begin{aligned} (PA)^2 + r^2 &= (PB)^2 \Rightarrow (PA)^2 = (PB)^2 - r^2 \\ \Rightarrow (PA)^2 &= 391,183^2 - 390,448^2 \Rightarrow (PA)^2 = 574,499 \Rightarrow PA = 23,969\text{km} \end{aligned}$$

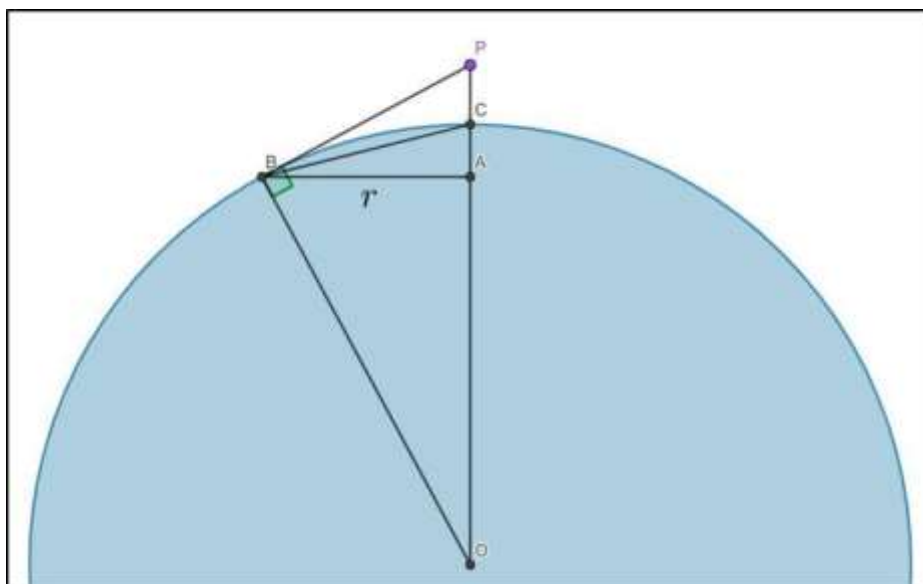
Logo, a altura h da calota esférica é $PA - PC = 23,969\text{ km} - 12,000\text{ km} = 11,969\text{ km}$.

Já a área da calota esférica dada por $A_{\text{CALOTA}} = 2\pi Rh$ será de aproximadamente 479.046 km^2 , enquanto a área total da superfície (esférica) terrestre, dada por $A = 4\pi R^2$, será aproximadamente igual a $509.904.363\text{ km}^2$ (Lima, et. al., 2006). Observando que de um ponto fixo fora da superfície esférica só é possível enxergar, no máximo metade da sua área, ou seja, um hemisfério,

então o passageiro no avião enxerga 479.046km^2 de $254.952.182\text{km}^2$, ou seja, menos de 0,2% da superfície visível do planeta. Na próxima seção, apresentaremos uma demonstração mais detalhada para esse fato.

Vamos comparar, também, a distância geodésica (menor distância sobre a superfície) e a distância em linha reta (menor distância por dentro da esfera). Consideremos o triângulo não retângulo PBC na figura 7 e apliquemos a Lei dos Cossenos (cada unidade no cálculo a seguir representa 1 km):

Figura 7: Distância geodésica (arco BC) e distância em linha reta (segmento BC)



Fonte: Print Screen do esquema reproduzido em software, 2020.

$$BC^2 = PC^2 + PB^2 - 2 \cdot PB \cdot PC \cdot \cos \cos \hat{P}$$

$$BC^2 = 12^2 + (391,183)^2 - 2 \cdot (12) \cdot (391,183) \cdot \cos \cos (86,486^\circ)$$

$$BC^2 = 144 + 153.024,139 - 2 \cdot (12) \cdot (391,183) \cdot (0,092)$$

$$BC^2 = 152.592,702$$

Extraindo a raiz quadrada, obtemos $BC = 390,631$ km, enquanto a distância geodésica dada pelo comprimento do arco BC pode ser calculada por uma regra de três simples. Considerando $\hat{O}$ o ângulo central determinado pelo arco BC – que também é o complementar do ângulo em P no triângulo PBO – e K o comprimento de um meridiano (que é uma circunferência de raio R e, portanto,

seu comprimento é dado por $K=2\pi R$), a distância geodésica d entre a projeção ortogonal C do ponto P (avião) e o ponto B é determinada na expressão abaixo.

$$\begin{aligned}\frac{K}{360^\circ} = \frac{d}{\hat{\theta}} &\Rightarrow d = \frac{K \cdot (90 - 86,486)}{360} \Rightarrow d = \frac{2\pi R \cdot 3,514}{360} \Rightarrow d = \frac{2\pi \cdot 6370 \cdot 3,514}{360} \\ &\Rightarrow d = \frac{140.643,951}{360} \Rightarrow d = 390,678 \text{ km}\end{aligned}$$

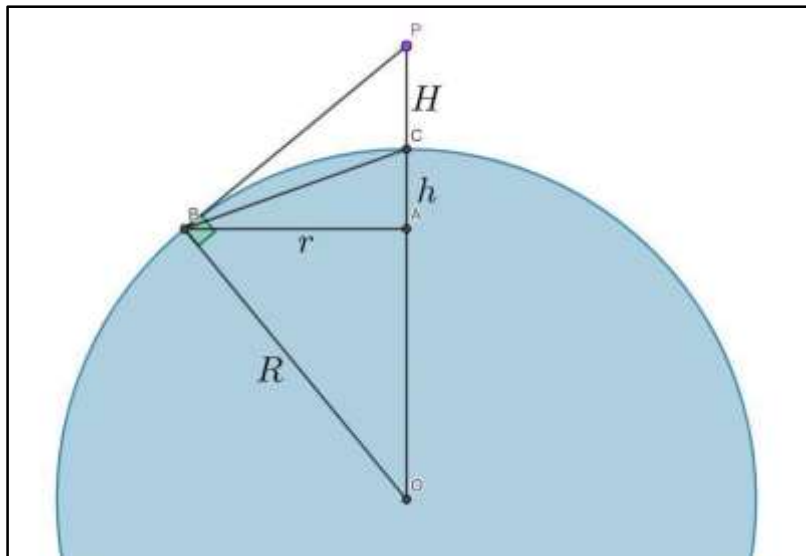
Percebemos, então, que a distorção entre a distância geodésica (390,678 km) e a distância em linha reta (390,631 km) entre os pontos B e C é da ordem de 0,01%, ou seja, a distância “curvada” é muito próxima da distância “reta” (diferença de alguns metros). Por isso, é difícil perceber a curvatura da Terra mesmo a 12 km de altura.

Portanto, aqui já é possível concluir duas coisas: primeiro que a uma altitude de apenas 1,5 km, como pretendia Mark Hughes em seu experimento, não seria possível perceber tal curvatura do planeta. Segundo que, não perceber a curvatura da superfície do planeta a 12km de altura (8 vezes a altura pretendida por Mark Hughes), ainda não implica que a superfície da Terra é plana. Na seção a seguir, vamos generalizar tais cálculos para uma altura qualquer do observador no ponto P .

5 Expressão geral para a área observada pelo passageiro em função da altitude

Retornando à ideia da figura 7, percebemos que a variação de altitude do ponto P , isto é, da altura H , determina também a variação do ponto B , limite do horizonte do observador em P , como mostrado na figura 8. Consequentemente, também variam a altura e o raio da calota esférica determinada pelo campo de visão do observador no ponto P . Vamos refazer os passos da seção anterior para encontrar r e h , agora considerando uma altura qualquer H em vez dos 12 km fixados anteriormente.

Figura 8: Esquema tomado para uma altitude qualquer H



Fonte: Print Screen do esquema reproduzido em software, 2020.

De início, determinamos o ângulo no vértice P no triângulo POB , retângulo em B , como mostra a figura 8. Observe que o comprimento do segmento PO é igual a $R+H$:

$$\hat{P} = \arcsen \frac{R}{R+H}$$

Em seguida, usamos o Teorema de Pitágoras no mesmo triângulo PBO para calcular a distância PB :

$$(R+H)^2 = (PB)^2 + R^2 \Rightarrow PB = \sqrt{2RH + H^2}$$

E no triângulo PBA , retângulo em A , conforme podemos ver na Figura 8, temos:

$$\sen \hat{P} = \frac{r}{PB} \Rightarrow r = \sen \hat{P} \cdot PB \Rightarrow r = \left(\frac{R}{R+H} \right) \cdot \sqrt{2RH + H^2}$$

Daí, usando mais uma vez o Teorema de Pitágoras – agora no triângulo PBA – encontramos a medida PA para, em seguida, encontrar a altura h da calota. Usaremos as expressões para r e PB encontradas acima:

$$(PB)^2 = r^2 + (H+h)^2 \Rightarrow (H+h)^2 = (PB)^2 - r^2$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow (H+h)^2 &= \left(\sqrt{2RH+H^2}\right)^2 - \left[\left(\frac{R}{R+H}\right) \cdot \sqrt{2RH+H^2}\right]^2 \\
 \Rightarrow (H+h)^2 &= (2RH+H^2) - \left(\frac{R}{R+H}\right)^2 \cdot (2RH+H^2) \\
 \Rightarrow (H+h)^2 &= (2RH+H^2) - \frac{R^2(2RH+H^2)}{(R+H)^2} \\
 \Rightarrow (H+h)^2 &= \frac{(2RH+H^2)(R+H)^2 - R^2(2RH+H^2)}{(R+H)^2} \\
 \Rightarrow (H+h)^2 &= \frac{(2RH+H^2)[(R+H)^2 - R^2]}{(R+H)^2} \\
 \Rightarrow (H+h)^2 &= \frac{(2RH+H^2)(R^2 + 2RH + H^2 - R^2)}{(R+H)^2} \\
 \Rightarrow (H+h)^2 &= \frac{(2RH+H^2)(2RH+H^2)}{(R+H)^2} \\
 \Rightarrow (H+h)^2 &= \frac{(2RH+H^2)^2}{(R+H)^2} \\
 \Rightarrow H+h &= \frac{2RH+H^2}{R+H} \Rightarrow h = \frac{2RH+H^2}{R+H} - H \Rightarrow h = \frac{2RH+H^2-H(R+H)}{R+H} \\
 \Rightarrow h &= \frac{2RH+H^2-HR-H^2}{R+H} \\
 \Rightarrow h &= \frac{RH}{R+H}
 \end{aligned}$$

A área da calota será, então,

$$A_{CALOTA} = 2\pi Rh = \frac{2\pi R^2 H}{R+H}$$

Lembrando que a área visível a partir de um ponto fixo P fora da superfície esférica (e externa à esfera) é, no máximo, a metade da área da esfera – a prova encontra-se ainda nesta seção. Assim, o percentual de área visível por um observador num ponto fixo P a uma altura H da superfície será:

$$\frac{A_{CALOTA}}{\frac{1}{2}A} = \frac{\frac{2\pi R^2 H}{R+H}}{\frac{1}{2}(4\pi R^2)} = \frac{H}{R+H} \quad (1)$$

No exemplo trazido anteriormente, com o ponto de observação fixo a 12 km de altura, temos:

$$\frac{A_{CALOTA}}{\frac{1}{2}A} = \frac{12}{6370 + 12} \approx 0,18\%$$

que é praticamente o mesmo valor encontrado na seção anterior. Um outro exemplo é a Estação Espacial Internacional que está a 408 km da superfície terrestre. Aplicando esse dado à expressão (1), concluímos que de lá é possível observar cerca de 6% de um hemisfério. Se considerarmos um observador na Lua, que dista 384.400 km da Terra, de lá seria possível visualizar 98,37%. Ou seja, mesmo as famosas fotos da Terra que foram tiradas pelos astronautas em missão lunar, não apresentam o hemisfério inteiro.

Se continuarmos a nos afastar da Terra, ou seja, se fizermos $H \rightarrow +\infty$, teremos:

$$\frac{A_c}{\frac{1}{2}A} = \frac{H}{R+H} = \frac{H}{H\left(\frac{R}{H} + 1\right)} = \frac{1}{\frac{R}{H} + 1} = 1 = 100\%$$

uma vez que R é constante e, portanto, R/H tende a zero. Assim, por mais que nos afastemos de nosso planeta, só conseguiremos visualizar um hemisfério, e não mais do que isso. E Mark Hughes, que percentual conseguiria ver a 1,5 km de altura? Recorrendo novamente à expressão obtida em (1), teríamos:

$$\frac{H}{R+H} = \frac{1,5}{6370 + 1,5} \approx 0,024\%$$

muito inferior ao que pode ser observado na Estação Espacial, por exemplo.

Com relação à distorção entre distância geodésica e distância por dentro do globo (figura 8), lembremos que os ângulos em P e em O são complementares no triângulo POB . Usando a Lei dos Cossenos no triângulo BOC , temos que a distância em linha reta, ou seja, o comprimento do segmento BC é

$$BC^2 = R^2 + R^2 - 2.R.R.\cos \cos \hat{P}$$

$$BC^2 = 2R^2 - 2R^2.\sen \hat{P}$$

$$BC^2 = 2R^2(1 - \sin \hat{P}) = 2R^2 \left(1 - \frac{R}{R+H}\right) = 2R^2 \left(\frac{R+H-R}{R+H}\right) = \frac{2R^2H}{R+H}$$

$$\Rightarrow BC = R \sqrt{\frac{2H}{R+H}}$$

Já o comprimento d na superfície, isto é, a distância geodésica dada pelo comprimento do arco BC, conforme indicado na figura 8, é dado pela regra de três simples:

$$\frac{d}{\hat{O}} = \frac{2\pi R}{360}$$

$$\Rightarrow d = \frac{\pi R}{180} \cdot \hat{O}$$

$$\Rightarrow d = \frac{\pi R}{180} \cdot \arccos \left(\frac{R}{R+H} \right)$$

Logo, a distorção entre a distância geodésica e a distância em linha reta é dada por:

$$\delta = 1 - \frac{BC}{d} = 1 - \frac{R \sqrt{\frac{2H}{R+H}}}{\frac{\pi R}{180} \cdot \arccos \left(\frac{R}{R+H} \right)}$$

Que, para um observador na Estação Espacial Internacional, a uma altitude de 408 km, é na ordem de 0,5%. Corresponderia a uma distância em linha reta de 2210 km e a uma distância geodésica de 2221,5 km. No limite, quando $H \rightarrow +\infty$, temos:

$$\delta = \left[1 - \frac{\sqrt{\frac{2H}{R+H}}}{\frac{\pi}{180} \cdot \arccos \left(\frac{R}{R+H} \right)} \right] = \left[1 - \frac{\sqrt{\frac{2H}{H(R/H+1)}}}{\frac{\pi}{180} \cdot \arccos \left(\frac{R}{R+H} \right)} \right] = \left[1 - \frac{\sqrt{\frac{2}{(R/H+1)}}}{\frac{\pi}{180} \cdot \arccos \left(\frac{R}{R+H} \right)} \right]$$

Como $H \rightarrow +\infty$, temos $R/H \rightarrow 0$ e $\frac{R}{R+H} \rightarrow 0$, isto é, $\sqrt{\frac{2}{(R/H+1)}} \rightarrow \sqrt{2}$ e o arco (em graus) cujo cosseno é zero corresponde a 90° . Desta forma,

$$\delta = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{\frac{\pi}{180} \cdot 90} \right] = 1 - \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \approx 10\%$$

A uma altura de 1,5 km, a distância em linha reta entre a projeção ortogonal do ponto de observação e o limite do horizonte desse observador seria de 138,223 km, enquanto a distância geodésica seria de 138,225 km, ou seja, uma diferença de menos de três metros.

Vemos, então, que a altitude pretendida por Mark Hughes seria insuficiente para conclusões acerca da curvatura da Terra. Mesmo na Estação Espacial Internacional, onde já é possível observar a curvatura do Planeta, vê-se apenas 6% da área de um hemisfério, ou seja, 3% da superfície total da Terra. Esses números indicam o quão grande é nosso planeta.

Pensando em uma atividade de sala de aula, além das questões ligadas ao negacionismo científico, esta seria também uma oportunidade para que professor e estudantes pudessem fazer uso de softwares de Geometria Dinâmica. Atualmente, tais softwares/aplicativos podem ser acessados dos smartphones dos próprios estudantes e sem a necessidade de acesso à internet, como é o caso do GeoGebra. Esses recursos poderiam enriquecer a interpretação das situações aqui sugeridas e conduzir o estudante ao desenvolvimento do pensamento geométrico (Mota; Pinto; Ferreira, 2019).

6 Considerações finais

Do ponto de vista matemático, o objetivo central deste artigo foi apresentar uma situação de nosso cotidiano – um voo de avião e a observância da curvatura do planeta – e a aplicação de tópicos como História da Matemática, geometria, trigonometria, regra de três simples, proporção e conceito de limite. Isso mostra que é possível abordar questões da atualidade, ainda que controversas, como ponto de partida para a construção – ou revisão – do conhecimento matemático.

Porém, também queremos chamar a atenção para questões que muitas vezes avançam despercebidas e que são potencialmente causadoras de conflitos em nossa sociedade. Igualmente, queremos com este artigo fazer um convite à reflexão sobre o papel do professor de Matemática para além das técnicas aplicadas em sala de aula. Em uma sociedade que se encontra ditada, em diversos sentidos, pelas redes sociais, é cada dia mais importante que também o professor

de Matemática assuma sua parcela de contribuição para a (re)construção da sociedade.

Embora o tema “terraplanismo” seja tratado com certo desdém por boa parte das pessoas, não podemos perder de vista que esse movimento é parte de algo maior, o movimento negacionista. Segundo Sousa Filho (2020), um movimento que pretende abalar a confiança nas diversas ciências através da difusão de que os cientistas – que não passariam de meros farsantes – querem impor uma “realidade distorcida”. Estariam, então, negando “a capacidade da investigação científica de explicar e prever os fenômenos no mundo e de criar tecnologias úteis a partir dessas explicações e previsões” (Bertotti, 2012, p. 203).

Albuquerque e Quinan (2019) acrescentam que foi um erro encarar as teorias da conspiração apenas como algo exótico e não como objeto de pesquisa séria. Para os autores, esses movimentos são consequência de uma crise epistemológica e citam como exemplo o governo brasileiro no período de 2018 a 2022, no qual um conhecido negacionista detinha, em certo momento, prestígio suficiente para indicar até mesmo o ministro da Educação.

Vivemos tempos em que a ciência é constantemente questionada por vozes que são amplificadas pelas redes sociais. O professor de Matemática pode dar sua parcela de contribuição tratando cientificamente tais questões que, em boa parte, podem ser compreendidas com uma Matemática acessível aos jovens da Educação Básica. O que fora descrito acima pode ser adotado como roteiro de aula ou atividade, inclusive acrescentando-se outras informações acerca da crença na Terra Plana. Dessa forma, a Matemática é usada como meio para compreender o mundo, incentivando os estudantes a exercerem sua criticidade e autonomia, bem como oportuniza outras práticas aos professores que, assim como também entendem Malheiros, Souza e Forner (2021), ainda encontram obstáculos para adentrar a sala de aula.

Os tópicos de Matemática aqui abordados também podem preceder estudos de trigonometria esférica, se assim o professor desejar. Em um nível mais avançado também é possível abordar este tema no estudo de curvas e superfícies, em Geometria Diferencial. Lá seria possível trabalhar, do mesmo modo, o conceito matemático de curvatura. Reforçamos, ainda, que o uso da

internet e de softwares como o GeoGebra para elaboração de modelos como os que foram aqui apresentados nas figuras, podem incrementar o trabalho de sala de aula.

Referências

ALBUQUERQUE, Afonso de; QUINAN, Rodrigo. Crise epistemológica e teorias da conspiração: o discurso anti-ciência do canal “professor terra plana”. **Revista Mídia e Cotidiano**, Niterói, v. 13, n. 3, p. 83-104, dez. 2019. Disponível em: <https://periodicos.uff.br/midiaecotidiano/article/view/38088>. Acesso em: 01 mar. 2021.

BEHIND the curve. Direção de Daniel J. Clark. Estados Unidos: Delta-v Productions, 2018. 1 vídeo (95 min.). Disponível em: www.netflix.com. Acesso em: 01 mar. 2021.

BERTOTTI, Thalyta Gonçalves. Como lidar com a popularização do terraplanismo? Uma proposta a partir da filosofia da ciência de Susan Haack. **Cognitio-Estudios: revista eletrônica de filosofia**, São Paulo, v. 17, n. 2, p. 196-207, jul./dez. 2020.

BÍBLIA, A.T. Isaías. *In*: BÍBLIA SAGRADA: Edição Pastoral. Tradução de Ivo Storniolo e Euclides Martins. São Paulo: Sociedade Bíblica Católica Internacional e Paulus, 1990. p. 947-1009.

BRANCO, Pércio de Moraes. **A terra em números**. [S. l.]: Serviço Geológico do Brasil, 6 dez. 2016. Disponível em <http://www.cprm.gov.br/publique/CPRM-Divulga/A-Terra-em-Numeros-1054.html>. Acesso em: 01 mar. 2021.

CAMADAS da atmosfera. *In*: SÓ GEOGRAFIA. [S. l.]: Virtuous Tecnologia da Informação, c2007. Disponível em: <https://www.sogeografia.com.br/Conteudos/GeografiaFisica/camadasatmosfera/>. Acesso em: 01 jun. 2020.

CREASE, Robert P. **Os dez mais belos experimentos científicos**. Rio de Janeiro: Zahar, 2006.

ELER, Guilherme; VERSIGNASSI, Alexandre. A “ciência” da Terra plana. **Superinteressante**, [São Paulo]: Editora abril, 6 abr. 2020. Disponível em: <https://super.abril.com.br/ciencia/a-ciencia-da-terra-plana/>. Acesso em: 01 jun. 2020.

HASKELL, Duncan. The Bedford level experiment. *In*: CANAL RIVER TRUST, Waterfront, 22 fev. 2019. Disponível em <https://canalrivertrustwaterfront.org.uk/history/feature-pos1-the-bedford-level-experiment/>. Acesso em: 01 mar. 2021.

LEWANDOWSKY, Stephan; COOK, John. **O manual das teorias da conspiração**. Fairfax, VA: Center For Climate Change Communication: George Mason

University, 2020. Disponível em: <http://sks.to/conspiracy>. Acesso em: 01 mar. 2021.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **A matemática do ensino médio**. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. v. 2.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos; SOUZA, Lahis Braga; FORNER, Régis. Olhares de docentes sobre as possibilidades da modelagem nas aulas de Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1-22, 1 mar. 2021.

MOTA, Janine Freitas; PINTO, Rieuse Lopes; FERREIRA, Ronaldo Dias. Visualização e pensamento geométrico na geometria em movimento. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 188-203, 3 jun. 2019.

REDONDO. *In*: PRIBERAM: Dicionário Online da Língua Portuguesa. [S. l.]: Priberam, c2020. Disponível em <https://dicionario.priberam.org/>. Acesso em: 01 jun. 2020.

SOUSA FILHO, Alípio de. “A Terra é plana”: o obscurantismo cínico dos negacionistas. **Inter-Legere**, Natal, v. 3, n. 29, p. 1-30, 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufrn.br/interlegere/article/view/23426>. Acesso em: 01 maio 2023.

SULLIVAN, Rory. Mike Hughes: O homem que queria provar que a Terra é plana morre após bater um foguete caseiro. **Independent**, London, 23 fev. 2020. Disponível em: <https://www.independent.co.uk/news/world/americas/mike-hughes-death-rocket-launch-crash-mad-daredevil-flat-earth-video-a9353091.html>. Acesso em: 01 mar. 2021.

WALLACE, Alfred Russel. Reply to Mr Hampden's charges against Mr Wallace. **The pamphlet collection of Sir Robert Stout**. Londres: [s. n.], 1871. v. 22. Disponível em: <http://nzetc.victoria.ac.nz/tm/scholarly/tei-Stout22-t9.html>. Acesso em: 01 mar. 2021.

WATTS, Jonatan. Brazil's new foreign minister believes climate change is a Marxist plot. **The Guardian**, [s. l.], 15 nov. 2018. Disponível em: <https://www.theguardian.com/world/2018/nov/15/brazil-foreign-minister-ernesto-araujo-climate-change-marxist-plot>. Acesso em: 01 mar. 2021.