

Validações matemáticas na sala de aula: sensações, movimentos e desafios de uma pesquisa que acontece durante a pandemia do novo Coronavírus

Mathematical validations in the classroom: sensations, movements and challenges of a research that takes place during the pandemic of the new Coronavirus

Validaciones matemáticas en el aula: sensaciones, movimientos y desafíos de una investigación que se desarrolla durante la pandemia del nuevo Coronavirus

Liana Krakecker¹

 [0000-0003-1009-3469]

José Luiz Magalhães de Freitas²

 [0000-0001-5536-837X]

Resumo

Neste artigo, apresentamos e discutimos alguns dos movimentos e dos desafios de nossa pesquisa de doutorado, em andamento, cujo objetivo consiste investigar processos de validação matemática produzidos por alunos de 9º do ensino fundamental de uma escola pública de Mato Grosso – MT, no decorrer de um ano letivo. Inicialmente, apresentamos alguns pressupostos que temos assumido, como por exemplo, a importância de se desenvolver um trabalho com validações matemáticas que seja contínuo e que permeie todos os conteúdos possíveis. Em seguida, discutimos uma atividade, dentre seis que aplicamos por meio do WhatsApp, durante o período de paralisação total de aulas em razão da pandemia causada pelo novo Coronavírus. Em seguida, relatamos algumas impressões sobre o período de aulas não presenciais, já que grande parte das atividades pensadas para nossa investigação estão integradas às apostilas disponibilizadas para os alunos, que estão sob regência da primeira autora deste ensaio. Um dos grandes desafios que temos enfrentado é a comunicação com os alunos, pois poucos têm participado das aulas online e das interações por WhatsApp. Essa questão se acentua quanto àqueles que permanecem somente com o ensino apostilado. Desta forma muitos são os questionamentos que temos: por que alunos que eventualmente teriam condições, não têm participado das aulas online? Por que muitos não contatam a professora? Como os estudantes se sentem em relação ao ensino online? Há incentivo? Há condições? Entre outros tantos, para as quais não temos respostas.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Validações. Pandemia. Aulas não presenciais.

Abstract

In this article, we present and discuss some of the movements and challenges of our ongoing doctoral research, which aims to investigate mathematical validation processes produced by ninth grade students of a public school in Mato Grosso - MT, during a school year. Initially, we present some assumptions that we have made, such as the importance of developing a work with mathematical

¹ lia.krake@gmail.com, Mestre e doutoranda em Educação Matemática, professora da educação básica, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande/Mato Grosso do Sul/Brasil.

² joseluizufms2@gmail.com, Doutor em Didática da Matemática, professor do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande/Mato Grosso do Sul/Brasil.

validations that is continuous and that permeates all possible contents. Then, we discuss one activity, among six that we applied through WhatsApp, during the period of total paralysis of classes due to the pandemic caused by the new Coronavirus. Next, we will report some impressions about the period of non-presence classes, since most of the activities designed for our investigation are integrated to the workbooks made available to the students, who are under the supervision of the first author of this essay. One of the greatest challenges we have faced is communication with students, as few have participated in online classes and interactions via WhatsApp. This issue is accentuated for those who continue with only the textbook teaching. In this way, we have many questions: Why haven't students who would be able to participate in online classes? Why do many not contact the teacher? How do students feel about online teaching? Is there incentive? Are there conditions? Among many others, for which we have no answers.

Keywords: Mathematics teaching. Validations. Pandemic. Not presential classes.

Resumen

En este artículo, presentamos y discutimos algunos de los movimientos y desafíos de nuestra investigación doctoral en curso, que tiene como objetivo investigar los procesos de validación matemática producidos por los estudiantes de noveno grado de una escuela pública en Mato Grosso - MT, durante un año escolar. Inicialmente, presentamos algunos supuestos que hemos asumido, como la importancia de desarrollar un trabajo con validaciones matemáticas que sea continuo y que impregne todos los contenidos posibles. A continuación, comentamos una actividad, entre las seis que aplicamos a través de WhatsApp, durante el periodo de paralización total de las clases debido a la pandemia provocada por el nuevo Coronavirus. A continuación, reportamos algunas impresiones sobre el período de clases no presenciales, ya que la mayoría de las actividades diseñadas para nuestra investigación están integradas a los cuadernos de trabajo puestos a disposición de los alumnos, que están bajo la regencia del primer autor de este ensayo. Uno de los grandes retos a los que nos hemos enfrentado es la comunicación con los alumnos, ya que son pocos los que han participado en las clases online y en las interacciones a través de WhatsApp. Esta cuestión se acentúa para los que se quedan sólo con la enseñanza de los libros de texto. De este modo, muchas son las preguntas que nos hacemos: ¿por qué alumnos que eventualmente tendrían condiciones, no han participado en las clases online? ¿Por qué muchos no se ponen en contacto con el profesor? ¿Qué opinan los alumnos de la enseñanza en línea? ¿Hay algún incentivo? ¿Hay condiciones? Entre otras muchas, a las que no tenemos respuesta.

Palabras claves: Enseñanza de las matemáticas. Validaciones. Pandemia. Clases no presenciales.

1 Iniciando um diálogo

Já são seis horas da manhã e lá vou eu³ preparar um café, porque sem ele é difícil do dia começar. Como alguma coisa, converso aqui, converso ali e logo estou pronta para iniciar os afazeres do dia. Na maioria das vezes, e por algum motivo que eu não sei explicar, sento-me na minha mesa de trabalho mais cedo do que o necessário... Verifico que assim como eu, outros colegas professores também vão iniciando seus trabalhos antecipadamente, enviando mensagens nos grupos de WhatsApp, indicando aos alunos as tarefas do dia, link das aulas, vídeos para serem assistidos...

³ O leitor perceberá variações entre a primeira pessoa do singular (quando se trata de um sentimento ou experiência pessoal da primeira autora) e primeira pessoa do plural (em referência às considerações conjuntas entre os autores).

Particularmente, procuro variar entre aulas online, disponibilização de vídeos e orientações para que os estudantes realizem determinadas atividades que constem na apostila elaborada por mim. Sigo buscando interagir de todas as formas possíveis, no horário estabelecido ou fora dele. São inúmeras mensagens no contraturno, no período da noite, finais de semana e até mesmo nos feriados. Entre uma interação e outra, o tempo corre como nunca antes e em meio ao caos, de alguma forma – e aqui poderíamos nos questionar: de que forma? – as aulas não presenciais acontecem e junto delas a produção de dados de nossa pesquisa.

Neste ensaio, relatamos nossa experiência sobre o desenvolvimento de nossa investigação de doutorado, cujos dados têm sido produzidos em sala de aula, com turmas de 9º ano de Ensino Fundamental, nas condições impostas pela pandemia do novo Coronavírus⁴. Como exemplos destas condições, podemos citar o ensino de forma não presencial, a necessidade das interações via WhatsApp, adaptação às aulas não presenciais, a utilização de recursos tecnológicos e medidas administrativas tomadas pela Secretaria de Educação do Estado de Mato Grosso. Na sequência, contextualizamos mais especificamente nossa pesquisa e, em seguida, discutimos os movimentos que realizamos quanto à parte experimental, que precisou ser reorganizada por mais de uma vez. Apresentamos o Momento II, quando aplicamos atividades de validação matemática com dois estudantes durante um período em que as aulas na rede estadual de ensino permaneceram paralisadas. Em seguida, o Momento III, que se refere ao período de aulas não presenciais em que seguimos nossa produção de dados na sala de aula de matemática, reconfigurada.

2 Pressupostos da pesquisa

Em um trabalho realizado anteriormente (KRAKECKER, 2016), analisamos conjecturas (afirmações que podem ser verdadeiras ou não, mas que ainda não foram provadas em um contexto determinado) e provas matemáticas produzidas por alguns estudantes de 8º ano sobre o tema “ângulos” e “ângulos de polígonos”. Nesta oportunidade, observamos que mesmo diante de nossa intervenção, a maioria das validações produzidas permaneceram empíricas, ou seja, fundamentadas em poucos exemplos e em algumas medições. Sabemos que uma proposta que envolva a dinâmica de elaboração de conjecturas e respectivas provas não é tão simples de ser realizada junto aos alunos, especialmente quando estes não estão acostumados com a natureza destas tarefas. Acreditamos que um trabalho contínuo, em que eles sejam incentivados quanto à realização de investigações, busca por regularidades e elaboração de provas é imprescindível quando se objetiva a evolução das justificativas matemáticas apresentadas.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) do Ensino Fundamental, mesmo diante de algumas adversidades, como é o caso do forte convencimento causado pela observação de medidas ou exemplos, é importante que se avance na direção de justificativas cada vez mais formais, conforme o nível de escolaridade dos alunos se modifica. Ainda segundo este documento, “apesar da força de convencimento para os alunos que possam ter esses experimentos com material concreto ou com a medição de um desenho, eles não se constituem provas matemáticas.” (BRASIL, 1998, p. 127).

⁴ De acordo com o Ministério da Saúde o Coronavírus é um vírus causador de uma doença infecciosa que apresenta espectro clínico que varia de infecções assintomáticas a quadros graves. A pandemia causada pelo novo Coronavírus afeta diversos países do mundo.

Nesta mesma direção, nos PCNs do Ensino Médio, encontramos que a aprendizagem matemática, muito mais do que a memorização de fórmulas ou definições, deve vincular-se ao saber fazer, constituído por um processo que envolve atividades com o intuito de elaborar conjecturas, estimular a busca por regularidades, generalizações e capacidade de argumentação, “[...] elementos fundamentais para o processo de formalização do conhecimento matemático e para o desenvolvimento de habilidades essenciais à leitura e interpretação da realidade e de outras áreas do conhecimento.” (BRASIL, 2002, p. 42). Trata-se, também

[...] da oportunidade de perceber como a ciência Matemática valida e apresenta seus conhecimentos, bem como propiciar o desenvolvimento do pensamento lógico dedutivo e dos aspectos mais estruturados da linguagem matemática. Afirmar que algo é “verdade” em Matemática significa, geralmente, ser resultado de uma dedução lógica, ou seja, para se provar uma afirmação (teorema) deve-se mostrar que ela é uma consequência lógica de outras proposições provadas previamente. (ibid. p. 124).

Partimos do pressuposto de que o processo de validação é caracterizado pela ação desenvolvida pelo aluno cujo objetivo seja garantir a validade de uma conjectura. Esta ação pode ou não conter elementos de generalidade. Com o passar do tempo, a “[...] validação não pode ser feita apenas com argumentos empíricos, mas deve trazer também argumentos mais “formais”, incluindo a demonstração de algumas proposições” (BRASIL, 2018, p. 534).

Um das formas pelas quais os alunos podem realizar validações é por meio da apresentação de provas. Admitimos um conceito de prova amplo, no sentido de Balacheff (1987), em que uma afirmação adquire status de prova para um determinado grupo, em um determinado momento, quando é aceita por ele como sendo verdadeira. Nesta perspectiva, um processo de validação pode abarcar provas de nível pragmático – fundamentadas em argumentos de natureza empírica, como exemplos, medições, experimentações e observações – e provas de nível intelectual – cuja fundamentação contempla raciocínios genéricos (BALACHEFF, 1987). Neste sentido,

[...] há uma ruptura fundamental entre os dois primeiros tipos de prova e os dois restantes. De fato, não se trata de “mostrar” que a proposição em questão é verdadeira porque “funciona” para o exemplo genérico e para a experiência mental, mas para estabelecer o caráter necessário de sua validade, apresentando as razões que a justificam. Isso constitui uma mudança radical na racionalidade dos estudantes que defendem estas provas. (BALACHEFF, 2000, p. 26).

Assim como outros conceitos matemáticos, o conceito de prova matemática, inerente à esta disciplina, pode ser discutido e construído aos poucos com os estudantes, porque é muito forte a transposição da ideia de provar eventualmente utilizada fora da sala de aula. Para Reid (1995), é comum que os alunos associem provar com tornar uma afirmação verdadeira através de exemplos. Este tipo de validação, de nível pragmático, pode ser bastante convincente do ponto de vista dos alunos (BALACHEFF, 1987) tanto que, dificilmente veem a necessidade de provar por meio de critérios mais rigorosos, porque a conjectura que resiste aos testes, obviamente lhes parece verdadeira (NASSER e TINOCO, 2003). Para

Balacheff, intervenções realizadas pelo professor e sua gestão do contrato didático⁵ são elementos decisivos para o questionamento do conhecimento e, portanto, para o questionamento da efetividade da realização de experimentações, medições ou observações para validação de uma determinada proposição. Essa alteração manifesta-se na mudança de “status” da atividade matemática, deixando-se aos poucos a prática, rumo à teoria.

Desta forma, concordamos que “a habilidade de argumentar deve ser construída ao longo dos anos de escolaridade, através de atividades variadas como jogos, problemas-desafio, ou simplesmente exigindo-se justificativas para todas as respostas” (NASSER e TINOCO, 2003, p. 9), sendo imprescindível que os estudantes sejam confrontados com diversas e diferentes situações nas quais sejam incentivados a identificar padrões, elaborar conjecturas e apresentar validações cada vez mais formais.

Estas formam algumas das razões que nos motivaram a pensar e a desenvolver uma proposta com alunos de 9º ano de ensino fundamental, com o objetivo de investigar processos de validação por eles produzidos, no decorrer de um ano letivo. A ideia consiste em propor atividades relacionadas à validação, sempre que possível, de maneira a permear todos os conteúdos abordados, pois a intervenção foi pensada (e está sendo realizada) com alunos das turmas de 9º ano que estão sob regência da primeira autora deste ensaio, de forma integrada às aulas de matemática que estão ocorrendo de forma não presencial.

Considerando nossos referenciais teóricos e metodológicos, assim como resultados de pesquisas cujo tema é semelhante ao nosso, pensamos e organizamos o desenvolvimento da parte experimental da pesquisa para o ano letivo de 2020. Não imaginávamos, porém, que nos depararíamos com uma pandemia. A pandemia do novo Coronavírus. Todo planejamento precisou ser revisto, reorganizado e repensado.

3 Contextualizando o espaço da pesquisa

O trabalho está sendo desenvolvido com alunos de quatro turmas de 9º ano de Ensino Fundamental de uma escola da rede pública e estadual de ensino, localizada em Mato Grosso (MT). As atividades estão sendo realizadas também como parte das aulas de matemática das turmas que estão sob regência da primeira autora. Nossa investigação já passou por três momentos, os quais consideramos importantes de serem registrados:

Momento I: Desenvolvimento e aplicação de cinco atividades presencialmente, na sala de aula de matemática, no ano de 2019, quando estes alunos ainda estavam cursando o 8º ano. Consideramos essa experiência como uma pré experimentação.

Momento II: Desenvolvimento e aplicação de seis atividades durante o período de paralização total de aulas na rede estadual de ensino em razão da pandemia.

Momento III: Desenvolvimento e aplicação das demais atividades durante as aulas não presenciais, iniciadas no dia 03 de agosto de 2020.

Sobre a elaboração das atividades, procuramos contemplar aspectos como: busca por regularidades, elaboração de conjecturas e exigência de justificativas. Neste espaço de diálogo, nos concentraremos no segundo e no terceiro momento, consequências diretas dos impactos causados pela Pandemia.

⁵ Termo utilizado por Brousseau (1986) para designar o conjunto de regras e comportamentos implícitos ou explícitos, que os alunos esperam do professor e que o professor espera dos alunos, construídos na relação didática.

Quadro 1 – Síntese do período, quantitativo de atividades e tema/conteúdo das atividades desenvolvidas

ANO	MÊS	N° DE ATIVIDADES	TEMA/CONTEÚDO
2019	Fevereiro/Março/Abril	05	Conjuntos numéricos
2020	Maió/Junho/Julho	06	Potências e raízes
2020	Setembro	05	Potências e raízes
2020	Outubro	04	Equações polinomiais de 2° grau
2020	Novembro	03	Funções
2020	Dezembro	02	Razão e proporção

Fonte: Elaborado pelos autores.

4 Segundo momento da pesquisa

Em meados de março de 2020 todos nós professores estávamos organizados para o início do respectivo ano letivo em nossa escola. Com o retorno do período de férias, passamos a planejar nossas ações com vistas à volta dos alunos, que ocorreria alguns dias depois. Entretanto, antes mesmo das aulas começarem, elas foram suspensas, devido ao cenário pandêmico.

Essa interrupção se estendeu até o dia 03 de agosto, data em que a no letivo teve início oficialmente. Durante este tempo de paralização total (março a agosto), a Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso (SEDUC-MT) criou a plataforma “aprendizagem conectada” e passou a disponibilizar apostilas semanais para que os alunos pudessem estudar, mesmo que sem auxílio direto e formal de professores. A realização destas atividades não foi obrigatória e, portanto, não houve contabilização de dias letivos,

A decisão de não contar como carga horária letiva durante o período de suspensão das aulas se justifica **pela não garantia de igualdade e oportunidades de acesso a todos** aos materiais. Ou seja, mesmo os materiais sendo disponibilizados com acesso à internet e impresso, estudantes que encontram-se em salas anexas, em escolas do campo, em aldeias distantes, em atendimento hospitalares do socioeducativo, parte dos estudantes da educação especial por mais que são despendidos esforços para atender o maior número de estudantes, não chegamos a 100%. Neste sentido, **foi decidido pela Seduc em fazer a reposição quando (re)iniciar as atividades letivas, com apresentação de proposta compatível a realidade do momento, no retorno às aulas.** (MATO GROSSO, 2020a, p. 10, grifo do autor).

Antes mesmo da criação da plataforma, buscamos contato com alguns alunos que conhecíamos, criando informalmente um grupo de WhatsApp, no qual repassávamos as informações que tínhamos e discutíamos alguns assuntos que surgiam eventualmente. Com a disponibilização das apostilas semanais, cujo conteúdo de matemática logo começou a ser quinzenal, pois as disciplinas passaram a ser intercaladas, procuramos incentivar o estudo, a leitura e a discutirmos uma ou outra dúvida relacionada a determinada atividade.

Não sabíamos por quanto tempo permaneceríamos nesta situação e então decidimos convidar aqueles estudantes que tivessem interesse em participar deste segundo momento da pesquisa, em que seriam enviadas atividades de validação matemática com tema

semelhante àquele tratado nas apostilas. Tivemos o cuidado de indicar que as questões propostas também não eram obrigatórias e que os alunos deveriam realizá-las conforme suas possibilidades.

Conseguimos adaptar e desenvolver seis atividades relacionadas ao tema potenciação e radiciação com dois alunos, que haviam aceitado nosso convite. Estes estudantes já haviam participado do Momento I. Desta forma, expressões como “conjectura” ou solicitações no enunciado do tipo “explique”, já não eram totalmente estranhas para eles. Nosso espaço de discussão foi o WhatsApp, em que enviávamos nossas atividades em média a cada duas semanas. Conforme eles nos respondiam, buscávamos questioná-los, colocá-los em dúvida sobre suas certezas, saber mais sobre como pensaram e, ao final, realizar uma institucionalização local, sempre evidenciando possibilidades de validações intelectuais.

Trouxemos aqui, como um exemplo, a quarta atividade – dentre seis que aplicamos neste momento – com a qual tínhamos a intenção de que os alunos investigassem a presença de regularidades. Gostaríamos que percebessem que o resultado da raiz quadrada de um número maior ou igual a zero, elevado ao quadrado, sempre resultará nele próprio.

Figura 1 – Atividade de validação desenvolvida

Você é o matemático! Mãos à obra!! Investigue, faça testes, explore...

❖ Encontre o valor das expressões da maneira que achar mais fácil (caso necessário, utilize calculadora):

a. $(\sqrt{9})^2 = (\sqrt{9}) \cdot (\sqrt{9}) =$

b. $(\sqrt{25})^2 =$

c. $(\sqrt{3})^2 =$

d. $(\sqrt{2})^2 =$

Podemos resolver de duas maneiras diferentes, lembra?

Maneira 1	Maneira 2
$\sqrt{9} \cdot \sqrt{9} =$	$\sqrt{9} \cdot \sqrt{9} =$
$3 \cdot 3 =$	$\sqrt{9 \cdot 9} =$

A partir da análise dos resultados é possível identificar alguma regularidade? Em caso positivo:

1. Elabore sua conjectura da maneira mais detalhada possível.
2. Você conseguiria justificar porque a regularidade acontece?

Fonte: Elaborada pelos autores.

Pensamos na possibilidade de propor alguns questionamentos aos alunos, a fim de fomentar a discussão e a própria análise deles diante da atividade. Por exemplo, quando a “maneira 1” ou a “maneira 2” é mais vantajosa? E se o radicando fosse um número decimal, a conjectura continua sendo verdadeira? E para o caso de frações? E para o caso de números maiores?

Junto da atividade, enviamos um vídeo no qual retomamos brevemente o processo de como calcular raízes quadradas, pois gostaríamos que os alunos se centrassem na identificação da regularidade e, principalmente, no processo de validação. Consideração que esta seja uma preocupação legítima, já que em alguns casos, a dificuldade de apresentar justificativas pode estar diretamente relacionada com o conhecimento dos alunos em relação ao conteúdo que se está trabalhando. Quando não há o domínio dos conceitos/conteúdos

necessários, poderá haver dificuldades em relação à apresentação de validações que se utilizam deles (OLIVEIRA, 2009; SANTOS, 2015).

Quando propusemos esta atividade, assim como todas as outras, tínhamos uma intenção, uma expectativa. Porém, temos ciência de que o modo como os alunos a receberam e a interpretaram não estava em nosso controle e acreditamos que este fato se acentua diante da comunicação não presencial. Nos perguntamos, por exemplo, qual a reação do aluno ao ler a tarefa? Ele buscou informações em sites de busca? Ele buscou auxílio de outra pessoa? Fez uma careta ou abriu um sorriso, como é comum de se observar quando estamos interagindo presencialmente?

Pensando em uma melhor organização dos vídeos e, portanto, em uma melhor interação com os estudantes, adquirimos um pequeno quadro branco que inicialmente ficava apoiado sobre uma pilha de livros sobre uma cadeira. Desta forma, produzíamos vídeos simples, em que explicávamos algo que julgávamos necessário à resolução da atividade e principalmente, as devolutivas indicando formas possíveis de se realizar validações que ultrapassem a apresentação de exemplos. Partimos do pressuposto de que é fundamental que justificativas mais elaboradas sejam apresentadas e discutidas com os alunos, para que a partir destas experiências eles adaptem suas próprias formas de provar.

No início, a produção de vídeos envolvia um planejamento prévio do conteúdo, tentativas diversas de gravação considerando equívocos, erros, interferência de sons externos e uma edição simples na maioria das situações, utilizando o software Windows Movie Maker⁶

Aos poucos, o contrato didático, assim denominado por Brousseau (1996) era estabelecido, de forma diferente daquela que estávamos acostumados. Com o passar do tempo, tanto nós, quanto os alunos, fomos nos adaptando e estabelecendo uma forma de diálogo. Mesmo diante do vai e vem de mensagens, fotos, áudios, perguntas e repostas, consideramos que a interação se deu de forma muito tímida. Por exemplo, nem sempre conseguíamos realizar todos os questionamentos que pensávamos em propor, seja pelo receio de uma cobrança excessiva em relação a uma atividade que não era obrigatória e que eles estavam desenvolvendo voluntariamente, seja porque também nós tivemos dificuldades de nos adaptarmos à esta nova forma de interação.

Como dissemos, apenas dois alunos se dispuseram a realizar as atividades que propúnhamos. Um deles, ao responder àquela que trouxemos acima, nos proporcionou um dos maiores tempos de diálogo que tivemos até então. Foram pouco mais de duas horas no total, em que falamos sobre a atividade especificamente e sobre como poderíamos realizar os cálculos propostos na calculadora.

Neste caso, por exemplo, em relação a atividade da Figura 1, este aluno nos escreveu no WhatsApp que teve “[...] bastante dificuldade...” relativamente à conjectura. Logo notamos que ele não havia percebido a regularidade pretendida e buscamos questioná-lo a este respeito, realizando marcações na foto enviada por ele que continha a resolução, destacando números que se repetiam. Observando-as, o estudante rapidamente escreveu

Aluno: Deu o mesmo resultado, pois, raiz quadrada de 25 é $5 \times 5 = 25$. Explicação pq dá o mesmo resultado? (Registro conversa WhatsApp entre pesquisadora e aluno, 2020).

⁶ Software de edição de vídeos gratuito.

Vemos que, após nossa intervenção ele notou que o resultado da potenciação seria o mesmo valor encontrado no índice da raiz. Em sua justificativa, percebemos que, primeiramente determinou $\sqrt{25}$ e, em seguida elevou a resposta 5 ao quadrado, descrevendo a multiplicação.

Aparentemente, o aluno centra-se na resolução da letra b, mas na continuidade do diálogo, ele complementa, respondendo ao questionamento que fez a si próprio sobre a explicação,

Aluno: Pois ele tem que ser multiplicado para ter o resultado inicial”; “por si próprio”; “na 3 dá 1,7 [referindo-se à raiz quadrada de 3] (Registro conversa WhatsApp entre pesquisadora e aluno, 2020).

Vejam que aluno está direcionando esforços na justificativa referente ao conceito de raiz quadrada e não no porquê obtemos resultados iguais aos valores dos radicandos. Já houve, portanto, a compreensão do conceito de raiz quadrada e a justificativa apresentada por ele para esta questão específica, é de nível intelectual. Para nós, essa ação do aluno foi bastante significativa, porque encontrar regularidades e observar que existem características comuns em várias situações faz parte do processo de generalização e, portanto, do processo de validação (MAGALHÃES e MARTINHO, 2014).

Figura 2 – Parte da resolução apresentada pelo aluno

The image shows two photographs of handwritten mathematical work on lined paper. The left photo shows calculations for $(\sqrt{9})^2 = 9$ and $(\sqrt{25})^2 = 25$. The right photo shows calculations for $(\sqrt{3})^2 = 3$ and $(\sqrt{2})^2 = 2$. There are also some small calculations at the top of the left page: $1,7 \times 1,7 = 2,89$ and $1,5 \times 1,5 = 2,25$.

Fonte: Dados da pesquisa.

Na foto de seu caderno, que continha a resolução, identificamos algumas tentativas de cálculos como $1,7 \times 1,7$ e $1,5 \times 1,5$ e questionamos se ele utilizou calculadora, sendo a resposta positiva. Discutindo um pouco mais sobre isso, o aluno escreveu que “[...] queria alguma coisa que justificasse que isso acontece”, referindo-se ao porquê do resultado da multiplicação da raiz quadrada de três, vezes ele mesmo, resultar 3, de forma exata. Essa interação foi bastante significativa do ponto de vista de nosso trabalho com validações, tendo em vista que antes mesmo de questionarmos, o aluno não se satisfaz somente com a resolução da atividade e, ele mesmo, pergunta o porquê de o procedimento matemático envolvido ser possível.

Questionamos, também, o motivo pelo qual aproximou os resultados para o número inteiro mais próximo nas letras c e d. O aluno comentou que “pensei que poderia arredondar”;

“eu poderia por 1,42 ...” e que utilizando a calculadora percebeu que quanto mais casas decimais usasse, mais próximo de dois o resultado seria.

Neste sentido, fomos dialogando e interagindo neste dia com mensagens escritas, pequenos vídeos e prints de tela até a conclusão momentânea de que, a partir dos exemplos discutidos, de fato a conjectura estabelecida parecia ser verdadeira, ou seja, de que o resultado de uma raiz quadrada de um número maior ou igual a zero, elevado ao quadrado, sempre resultará nele próprio.

Para finalizar, na semana seguinte realizamos pequena institucionalização, em que produzimos mais um vídeo falando a respeito da conjectura envolvida e apresentamos ao estudante uma validação que contemplasse aspectos genéricos. Algo do tipo:

$(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a}$; (a não é negativo; se raiz quadrada de a é igual a b, então $b^2 = a$; b não é negativo)

$(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a \cdot a}$

$(\sqrt{a})^2 = \sqrt{(a)^2}$

$(\sqrt{a})^2 = a$

Realizamos a explicação desta prova, estabelecendo um paralelo com exemplos, relacionando com o conceito de números quadrados perfeitos, pois segundo Nasser e Tinoco (2003), essa ação é importante para que os alunos percebam que expressões algébricas podem representar valores quaisquer, considerando as devidas restrições. Mesmo assim, é difícil saber como o aluno interagiu com nossa produção, o que ele exatamente compreendeu, se, por exemplo, achou difícil ou se fez sentido. Ele escreveu sem termos questionado

Aluno: [...] entendi que a raiz quadrada elevada ao quadrado, o resultado sempre será o que está dentro da raiz, mesmo sendo em frações [...] (Registro conversa WhatsApp entre pesquisadora e aluno, 2020).

Acreditamos que essa fala “[...] mesmo sendo em frações”, decorre de termos problematizado a validade da conjectura para todos os casos possíveis, ou seja, se ela seria válida para números representados na forma decimal, fracionária, números m, pares, ímpares, entre outros.

5 Terceiro movimento de pesquisa

Tão logo recebemos a informação de que o ano letivo teria início em agosto, sendo as aulas organizadas de forma não presencial, optamos por dar sequência à nossa intenção de pesquisa que, para além de investigar validações produzidas por alunos de 9º ano de ensino fundamental, envolve a produção de dados na sala de aula, com todos os alunos. A orientação advinda da SEDUC – MT foi a de que deveríamos atender de forma online alunos com acesso à internet utilizando a plataforma Teams⁷ para ministrar aulas e demais ferramentas possíveis para interagir junto aos estudantes. Para tanto, os professores passariam a elaborar suas apostilas mensais, seguindo algumas orientações, como por exemplo, “[...] a preocupação central deve estar na aprendizagem dos estudantes. Para isso, a apresentação do material deve permitir a interação entre quem está produzindo e o estudante, principalmente, porque

⁷ Plataforma que possibilita a realização de aulas online, criação de tarefas, interação via chat, criação de anotações coletivas, entre outras coisas. Para maiores informações, acesse: <https://www.microsoft.com/pt-br/microsoft-365/microsoft-teams/education>.

ele estudará sozinho neste momento” (MATO GROSSO, 2020b, p. 11). Além disso, o uso de figuras, ilustrações e uso de uma linguagem menos formal, sem deixar de considerar a “precisão científica” também são elementos a serem considerados durante a elaboração das 10 páginas da apostila mensal.

A primeira delas, referente ao mês de agosto, foi elaborada pela própria Secretaria e enviada às escolas para que as impressões pudessem ser realizadas. Ela também foi disponibilizada na plataforma aprendizagem conectada, disponibilizada no formato PDF para atendimento dos estudantes com acesso à internet. Verificamos que o conteúdo abordado foi adaptado dos primeiros materiais disponibilizados no site aprendizagem conectada, discutindo o tema conjuntos numéricos. Alguns textos e algumas atividades acabaram sendo idênticas às anteriores.

Esta ação foi proposta para que nós professores, pudessemos participar de reuniões formativas nas quais éramos instruídos quanto ao uso da plataforma Teams e, mais tardiamente, quanto à elaboração de atividades conforme as habilidades foco que deveriam ser trabalhadas. Além disso, foi disponibilizado tempo para elaboração das apostilas pelos próprios professores para o mês subsequente. Neste sentido, no mês de agosto, cada professor organizou sua agenda de aulas conforme fosse possível, para auxiliar os alunos no entendimento e na resolução das atividades da apostila.

Firmes com nossa proposta de desenvolver um trabalho com validações junto aos alunos que permeasse todos os conteúdos no decorrer de um ano letivo, temos elaborado nossas apostilas, (re)adaptando todo planejamento que tínhamos. Algumas das atividades, pensadas para o ensino presencial, por exemplo, já não seriam possíveis de serem aplicadas, dada sua complexidade, em função do distanciamento social. Além disso, sentimos a necessidade de inserirmos algumas delas de forma mais direcionadas, como é o caso da proposição de exemplos e de algumas tarefas a serem seguidas em conformidade com ele, com a intenção de facilitar de alguma forma o trabalho dos alunos que estariam estudando sozinhos.

A sala da casa, precisou ser adaptada mais uma vez. Ajustamos nosso pequeno quadro branco na parede, providenciamos mais canetões, refil, apagador. Inicialmente tínhamos a intenção de ministrar aulas todos os dias, mesmo que por alguns minutos, a fim de discutir com os alunos suas dúvidas, realizar explicações, correções e orientar o desenvolvimento de atividades, por exemplo. Isso não foi possível devido às reuniões de formação que continuavam a acontecer em setembro. Essa ideia também precisou ser deixada de lado, devido à participação dos alunos que se manteve baixa desde o início das aulas. Nossa expectativa era a de que os diversos estudantes cujos pais declararam terem acesso à internet participassem das aulas online. Isso não aconteceu e acreditamos que motivos como acesso à internet através de dados móveis e problemas ao acessar a plataforma Teams influenciaram neste sentido.

Aos poucos, pais e alunos foram solicitando a troca do ensino online para o ensino apostilado. Por este motivo, alguns deixaram de participar das interações no Teams por acreditarem, equivocadamente, que não seria mais necessário, já que estavam de posse da apostila. De todo modo, temos tido a participação online média de 3 ou 4 alunos por turma. Número que varia constantemente. Houve aulas, por exemplo, em que nenhum estudante entrou na chamada. Na tentativa de minimizar esta ausência, sempre enviávamos um cronograma com as datas das aulas na plataforma e as atividades a serem realizadas. Mas mesmo assim, o quadro não se alterou.

Dentre todas as cinco turmas com as quais trabalhamos, notamos que poucos alunos têm desenvolvido o que lhes fora solicitado no momento da aula, interagindo, discutindo e participando até o término do horário. Não temos como saber o que ocorre com os demais, tão pouco como eles têm desenvolvido seus estudos.

Não consideramos isso como sendo um problema efetivamente, porque as condições em que está se dando o ensino online impõe comportamentos diferentes por parte de professores e de alunos. Por exemplo, alguns preferem realizar todas as atividades de uma única vez, pois optam por estudar conforme a disciplina e não conforme o horário de aulas fornecido pela escola. Percebemos que muitos acabam deixando as atividades de matemática para o final do mês, quando o prazo de devolução das apostilas se aproxima. Desta forma, buscam interação conosco em horários diversos, pela manhã, pela tarde, pela noite e até mesmo final de semana ou feriados. Então, nos questionamos: Por que este aluno não discutiu suas dúvidas durante o horário indicado para as aulas? Como é o acesso dele a ferramentas tecnológicas, como celular e internet? Ele precisa dividi-las com um irmão ou com algum outro familiar? Ele está trabalhando? Como é sua rotina? Enfim. Sempre que possível, buscamos atender todos os estudantes que nos procuram, independentemente do horário.

Uma análise preliminar das apostilas que estão chegando até nós, nos indica que a maioria dos alunos não obteve êxito na resolução das atividades de modo geral. Muitas delas permaneceram em branco e isto também se aplica à outras disciplinas. Este fato nos leva a questões como: o que houve com estes alunos? Por qual motivo isso ocorreu? Por que mesmo estando em grupos de WhatsApp nos quais os professores compartilham gravações das aulas e até mesmo a resolução de atividades, elas permaneceram em branco? Por que não contataram os professores? São tantas perguntas...

Além das atividades de validação organizadas previamente, percebemos a necessidade de se inserir textos explicativos acerca deste processo com a intenção de mostrar aos alunos formas diversas de justificarem suas respostas diferentes da utilização de palavras ou de exemplos. Noutras palavras, apenas a resolução de atividades não estava sendo suficiente para que atingíssemos nosso objetivo porque não temos condições de discutir elementos de provas intelectuais com alunos que se dedicam apenas à resolução da apostila, sem interagir conosco de qualquer forma, estando em grupos de WhatsApp ou não, acessando a plataforma Teams ou não. Não temos como saber se os estudantes participantes destes grupos leem nossas mensagens, assistem às aulas gravadas ou aos vídeos que produzimos.

A respeito dos textos explicativos que passamos a inserir nas apostilas, vejamos um exemplo quanto a uma atividade aplicada durante o mês de outubro em que poderiam ser utilizados conhecimentos algébricos para provar possíveis conjecturas: “veja só o que Laura descobriu brincando com os números 6 e 3: $6^2 - 3^2 = (6 + 3) \cdot (6 - 3) \rightarrow 36 - 9 = 9 \cdot 3 \rightarrow 27 = 27$ Será que isso sempre irá funcionar? O que você acha?”

Figura 3 – Prova desenvolvida

<p>Sempre que alguém escolhe dois números para testar, poderíamos perguntar:</p> <p>Mas como você pode ter certeza?</p> <p>Será que funciona para números muito altos, como 10257 e 8659?</p> <p>Será que funciona para frações ou números decimais?</p> <p><i>Mas então, como posso provar que o que Laura descobriu funciona para todos os casos possíveis?</i></p>	<p>Uma forma possível é a seguinte: substituímos os números por letras, para representar generalidade (contemplando todos os números possíveis – negativos, frações, etc)</p> <p>Na conta de Laura, substituindo 6 por x e 3 por y, temos:</p> $6^2 - 3^2 = (6 + 3).(6 - 3)$ $x^2 - y^2 = (x + y).(x - y)$ $x^2 - y^2 = x^2 - xy + xy - y^2$ $x^2 - y^2 = x^2 - y^2$ <p>Após a realizarmos alguns cálculos, podemos observar que a igualdade é verdadeira, independente dos números escolhidos.</p>
--	---

Fonte: Elaborada pelos autores.

Além de instigá-los através dos questionamentos sobre a validade da conjectura tivemos o intuito de proporcionar a tantos alunos quanto fosse possível, o conhecimento de uma forma alternativa de se provar para além de exemplos, que contemplasse todas as possibilidades e para a qual se pensasse de maneira mais geral. Afinal, como podemos esperar dos estudantes que apresentem justificativas cada vez mais elaboradas e genéricas se eles não conhecem este modo de fazê-lo?

Até o momento, identificamos que a inserção de atividades desta natureza tem contribuído para que um dos alunos cujos dados estamos analisando, passassem a produzir provas semelhantes. Mas ressaltamos que embora sejam importantes, elas não garantem que os eles irão compreender, ressignificar ou reinvestir o mesmo raciocínio para outras atividades com mesmo raciocínio. E é neste sentido que reiteramos a fundamentalidade de um trabalho com provas que seja contínuo, desenvolvido a longo prazo, desde os primeiros anos de escolaridade e que permeie os mais diversos temas discutidos com os alunos. Acreditamos que essa seja uma premissa para que os estudantes possam ampliar seus conhecimentos sobre validações e para que apresentem justificativas cada vez mais elaboradas para suas conjecturas. Aos poucos, estes conhecimentos passam a incorporar seus repertórios, possibilitando criar suas próprias regras de decisão, como também, a compreensão da especificidade das provas em matemática.

Ainda em relação a este terceiro Momento de nossa pesquisa, destacamos nossa interação por WhatsApp, a qual se tornou a principal forma de comunicação entre nós e nossos alunos. Percebemos alguns estudantes mais tímidos, que têm nos enviado apenas frases escritas e curtas. Outros, com o passar o tempo, se sentem mais à vontade para enviar áudios. Também há àqueles que possuem maior relação de dependência, enviando constantemente fotos das atividades, perguntando coisas do tipo: está certo? Olha o que fiz, posso continuar? Neste aspecto, há uma possível similaridade com seus comportamentos apresentados de forma presencial. Desta forma, em um comparativo com as aulas na plataforma Teams, parece haver mais facilidade dos alunos se comunicarem pelo WhatsApp, pois no primeiro caso, as câmeras ficam desabilitadas e apenas eventualmente respondem algum questionamento que realizamos.

Diante deste cenário, não há como estabelecer ainda quantos ou quais alunos que estão participando deste Momento III serão analisados. Esperamos estabelecer critérios ao

final do ano letivo, quando encerraremos nossa produção de dados, podendo identificar aqueles que realizaram as atividades que propomos e/ou interagiram conosco vis WhatsApp ou plataforma Teams.

6 Algumas considerações

Neste texto, priorizamos a apresentação e discussão de elementos relacionados à parte experimental de nossa pesquisa de doutorado, a qual sofreu modificações significativas em decorrência da pandemia do novo Coronavírus. Também trouxemos uma breve discussão acerca de uma das seis atividades que conseguimos desenvolver com um aluno durante o período de paralização total das aulas no Estado de Mato Grosso, ocorrido entre meados de março até o dia 03 de agosto, quando demos início ao ano letivo de 2020.

Com isso, buscamos evidenciar os principais desafios que temos enfrentado, havendo uma evidente intersecção entre percepções de professor e pesquisador, não sendo possível uma separação clara destes papéis. O fato de nossa pesquisa ser realizada na sala de aula com nossos estudantes contribui para essa intersecção. Assim sendo, parte dos dados que têm sido produzidos advém das aulas de matemática, proporcionadas a todos os alunos de quatro turmas de 9º ano de Ensino Fundamental.

Destacamos questões como: nem todos os estudantes possuem boas condições e amplo acesso a ferramentas tecnológicas – celular, notebook e internet – o que ocasionou uma migração muito grande do ensino totalmente online para as apostilas. Esse ponto relaciona-se diretamente com a pouca participação dos alunos durante as aulas, pois há uma crença de que não é necessário participar das interações, se estiverem de posse do material impresso. Não temos controle sobre quando, como e sob quais condições eles realizam suas atividades, pois de forma geral, não se estabeleceu uma rotina de estudos, conforme horário disponibilizado pela escola. Sobre isso, deixamos aqui outras inquietações: Por que os alunos não têm participados de nossas aulas? Por que muitos deles não desenvolvem atividades e não buscam contatar a professora? Como os estudantes se sentem em relação ao ensino online? Nossa apostila estaria adequada? As atividades propostas são adequadas? Que papel os pais ou responsáveis pelos alunos estão desempenhando? Há incentivo? Há condições? Quais condições?

Tivemos e estamos tendo algumas dificuldades relativas à comunicação. As interações parecem acontecer melhor no WhatsApp, mas foi preciso um longo período de adaptação para os alunos e para nós. Ainda assim, nem sempre conseguimos realizar todos os questionamentos aos quais nos propomos. Apesar disso, recebemos algumas devolutivas muito interessantes e produtivas, como mostramos ao relatarmos o segundo momento da pesquisa. Quanto aos alunos que permanecem somente com a apostila, infelizmente na maioria das vezes não ocorre nenhum diálogo.

Quanto às produções dos estudantes analisados, percebemos que, aos poucos, parecem incorporar nosso discurso em suas práticas, preocupando-se com a realização de testes e generalizações, mesmo de forma elementar. Têm sido apresentadas validações, tanto de nível pragmático, quanto intelectual, não havendo uma evolução linear entre os tipos de provas, o que consideramos parte do processo de ensino e de aprendizagem. Os alunos têm transitado entre os tipos e níveis, aparentemente, de acordo com o que sabiam sobre o objeto matemático, sobre a produção de validações e diante da análise que fazem da situação.

Para além disso, são tantos questionamentos que temos, que embora estejamos trabalhando muito mais do que se estivéssemos em uma situação de normalidade, a sensação

é a de que sempre há algo para ser feito, um aluno a ser auxiliado, uma tarefa para ser cumprida. É uma sensação de que o trabalho não alcançou seu objetivo de modo satisfatório.

Outra sensação constante é a de distanciamento em todos os sentidos. Por exemplo, gostaríamos de olhar nos alunos nos olhos, de observar suas reações, suas risadas, suas atitudes, suas ações, suas falas, suas interações.... Nos perguntamos sempre de que forma podemos nos aproximar? Mas, mesmo diante dessa angústia, é preciso reconhecer que existem algumas coisas que não podemos modificar, que não dependem de nosso querer. Por exemplo, o início e o término do ano letivo, determinações pedagógicas, o tempo que os alunos disponibilizam para estudo e como eles se organizam neste sentido, são fatores que escapam do nosso alcance.

Mesmo diante de todos estes desafios, não desistimos de desenvolver nosso trabalho envolvendo validações em nossa sala de aula, independente do formato e do meio em que tem ocorrido, ainda que de modo tímido e corajoso. Em um cenário mais amplo, esperamos proporcionar discussões sobre o ensino de matemática mesmo neste momento caótico, antagônico e pandêmico.

Referências

BALACHEFF, Nicolas. Processus de preuve et situations de validation. in **Educational Studies in Mathematics**, nº18, 1987, pp.147-176.

BALACHEFF, Nicolas. **Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas** (Trad. Pedro Gómez). Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes, 2000.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**, 5ª a 8ª Séries. Brasília, 1998.

BRASIL, Secretaria de Educação Média e Tecnológica **PCN+ ensino médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: Semtec, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF, 2018.

BROUSSEAU, Guy. **Fondements et méthodes de l' didactique des mathématiques. Recherches en didactique des mathématiques**. v. 7. n. 2. 1996.

KRAKECKER, Liana. **Produção de Conjecturas e Provas de propriedades de ângulos de polígonos: um estudo com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2016.

MAGALHÃES, Maria da Graça.; MARTINHO, Maria Helena. **O desenvolvimento da argumentação matemática no estudo das funções racionais**. Quadrante, Vol. XXIII, Nº 1, 2014.

MATO GROSSO (Estado). Secretaria Adjunta de Gestão Educacional. **Aprendizagem conectada: perguntas e respostas**. Mato Grosso: Secretaria de Estado de Educação, 2020a.

MATO GROSSO (Estado). Secretaria Adjunta de Gestão Educacional. **Guia de elaboração de material didático escolar**. Mato Grosso: Secretaria de Estado de Educação, 2020b.

NASSER, Lilian.; TINOCO, Lucia. **Argumentação e provas no ensino de Matemática**. 2 ed. Rio de Janeiro: UFRJ/Projeto Fundação, 2003. 109 p.

OLIVEIRA, Susilene Garcia. da S. **Um estudo de argumentações produzidas por alunos do 8º ano em atividades de construções geométricas envolvendo pontos notáveis de triângulo**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Mestrado em Educação Matemática, Campo Grande, 2009

REID, David. **The need to prove**. Unpublished doctoral dissertation, University of Alberta, department of Secondary Education. Tese de doutorado. 1995.

SANTOS, Marconi Coelho. **Investigando provas e demonstrações matemáticas por alunos do ensino médio: realidades e necessidades**. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015.