http://dx.doi.org/10.5965/2357724X07142019113

O conhecimento algébrico escolar nos PCN sob a perspectiva da terapia de Wittgenstein

The school algebraic knowledge in PCN from the perspective of Wittgenstein's therapy

Valdomiro Pinheiro Teixeira Junior*

Resumo

Neste texto analisamos, de forma teórica, como é tratado o conhecimento algébrico escolar nos PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais), que consideramos baseada nas concepções essencialista e referencial, destacando o construtivismo educacional. Neste sentido, realizamos uma terapia filosófica a partir dos estudos de Wittgenstein, que permite observar confusões próprias de aportes teóricos. O documento, baseado no construtivismo aponta para uma essência entre álgebra e outras áreas do conhecimento e coloca a linguagem em um papel apenas representativo. Compreendemos que há uma relação entre álgebra e aritmética, mas esta percepção não é clara a alunos que não foram iniciados a certos aspectos da linguagem matemática, como no caso da álgebra. A terapia de Wittgenstein permite entender que a essência existe quando já se domina vários níveis e tipos de linguagem e mesmo assim essa essência é construída, pois de fato o que há são apenas semelhanças, e quando não compreendidas como tais, causam confusões filosóficas que fundamentam teses educacionais, como ocorre com o construtivismo.

Palavras-chave: Álgebra. PCN. Wittgenstein. Construtivismo.

Abstract

In this text we analyze, theoretically, how the school algebraic knowledge is treated in the PCN (National Curriculum Parameters), which we consider based on the essentialist and referential conceptions, highlighting the educational constructivism. In this sense, we perform a philosophical therapy from the studies of Wittgenstein, which allows to observe confusions proper to theoretical contributions. The paper, based on constructivism, points to an essence between algebra and other areas of knowledge and puts language in a merely representative role. We understand that there is a relationship between algebra and arithmetic, but this perception is not clear to students who have not been introduced to certain aspects of mathematical language, such as algebra. Wittgenstein's therapy allows us to understand that essence exists when one has already mastered various levels and types of language, and yet this essence is constructed, for in fact what there is are only similarities, and when not understood as such, cause philosophical confusion that underlies educational theses, as with constructivism.

Keywords: Algebra. PCN Wittgenstein. Constructivism.

* Doutor em Educação e Ciências e Matemática, Professor Da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (UNIFESSPA), valdomiro@unifesspa.edu.br.

http://dx.doi.org/10.5965/2357724X07142019113

1 Introdução

Este texto é parte da pesquisa de doutorado do autor em que se analisou as bases teóricas e indicações metodológicas presentes em documentos oficiais quanto ao ensino de álgebra, indo dos PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) à BNCC (Base nacional Comum Curricular), à luz da terapia filosófica de Wittgenstein.

Nesse texto analisamos os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que são documentos de ação educacionais brasileiros elaborados entre 1995 e 1999 e publicados pelo Ministério da Educação e do Desporto, que objetiva orientar a educação nacional nas escolas, a partir de um direcionamento nas práticas dos professores dos ensinos fundamental e médio.

Focamos nossa atenção aos PCN, devido este ser o documento base, sendo que teoricamente os documentos que o seguiram, como PCNEM (Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino Médio) (2000), PCN+ (2002) e OCEM (Orientações Curriculares para o ensino Médio) (2006), se mantém sobre os mesmos fundamentos. Nos PCN ainda temos que as fundamentações teóricas estão mais explícitas, e a análise da teoria é o foco deste estudo, e ainda há exemplos de possibilidades de ensino, que são analisados aqui. Acrescenta-se ainda que, apesar de focarmos sobre um estudo da teoria que se destaca no documento, escolhemos os PCN também por ter sido um marco e ter deixado marcas no ensino brasileiro. A BNCC, por exemplo, busca apresentar uma renovação, mas ainda é muito recente e necessita de tempo para percebermos seus resultados.

Objetivamos realizar uma reflexão teórica sobre o ensino da álgebra nos PCN, que a nosso ver mostra concepções fundamentadas no essencialismo e referencialismo (estes termos serão explicados adiante), destacando aqui o construtivismo educacional que de acordo com Gottschalk (2002) é o movimento que os PCN acompanham e se aproximam teoricamente. Nossa reflexão se baseia na chamada terapia de filosófica de Wittgenstein.

http://dx.doi.org/10.5965/2357724X07142019113

2 A terapia filosófica de Wittgenstein

No final do século XIX houve a chamada virada linguística, que tem como um dos grandes expoentes o filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein (1889-1951). Este movimento rompeu com alguns dogmas da filosofia tradicional, principalmente com relação ao seu apego à uma fundação semântica e à sua percepção sobre o papel da linguagem. A filosofia tradicional considerava que havia para todo tipo de compreensão um *a priori*, que seria ideal, mental ou empírico, e neste sentido haveria uma essência comum que percorreria todos os conceitos (essencialismo) e que a linguagem serviria apenas como referente deste *a priori* (referencialismo).

Na filosofia wittgensteiniana a significação ocorre a partir dos diversos usos das palavras em diferentes contextos. Por isso, não há uma essência que defina uma determinada palavra, pois a mesma pode ser aplicada em diversos casos, sem que exista algo em comum que a defina. O que há, por vezes, são semelhanças, que provocam a confusão de se pensar que exista uma essência. Por isso a terapia de Wittgenstein busca detectar questões essencialistas, que levam a confusões sobre a realidade e o conhecimento.

Nesse sentido, Wittgenstein entende que se deve fazer uma terapia, pois essas confusões se iniciam por uma má compreensão da nossa linguagem e se tornam dogmáticas. Moreno (2005) compreende que vivenciamos confusões conceituais, como dificuldades filosóficas profundas, porque as soluções apresentadas são interpretadas como causas definitivas, quando, de fato, elas são regras, normas ou critérios convencionais, ou seja, o que poderia ser visto como algo do uso ordinário torna-se uma explicação metafísica e que o fundamento último está na mente ou em mundo ideal.

A ideia de uma essência é oriunda da compreensão que se tem da linguagem, que pelo fato de diversos conteúdos serem semelhantes, leva a entender que tem uma origem em comum e, assim, haveria apenas uma função da linguagem, que seria representar esses conteúdos, que é a concepção referencial da linguagem. Esta é outra função da terapia: detectar quando estamos percebendo a linguagem apenas como referência, pois quando isso ocorre, significa que estamos nos baseando em questões extralinguísticas, que são fundacionais ou essencialistas.

Apesar de inicialmente, em sua juventude, concordar com o essencialismo e o referencialismo, Wittgenstein passou a se opor a eles. Para o filósofo, em sua fase madura, não há essência, mas semelhanças, e a linguagem não é apenas referencial, mas produz significados. O método pelo qual Wittgenstein faz isso é a terapia filosófica, em que se busca realizar uma análise da necessidade imposta pela tradição filosófica de que haveria problemas filosóficos, e para saná-los os filósofos recorreram a explicações metafísicas, o que causa confusões, que poderiam ser evitadas por uma melhor compreensão da linguagem.

A terapia filosófica de Wittgenstein permite que percebamos que estamos nos deixando confundir, buscando suposições metafísicas e deixando de olhar para a linguagem como ela é. Wittgenstein busca uma nova abordagem do uso cotidiano da linguagem, seu objetivo é se libertar das fundações semânticas e ir de volta ao solo "áspero" da nossa linguagem cotidiana (IF, §107), mas sem cair em um relativismo permissivo.

Compreendemos que a terapia de Wittgenstein pode ir para além das doutrinas filosóficas e incidir sobre suas consequências, já que estas direcionam outras partes do conhecimento, e, assim, ela possibilita uma compreensão ampliada, pois aponta para a natureza convencional dos nossos fundamentos, não só de tradições filosóficas, mas também de teorias educacionais, por exemplo, que seguem muitas vezes preceitos filosóficos.

O construtivismo educacional pode ser colocado como consequência da filosofia tradicional por buscar sentidos comuns de diversos conceitos e conteúdos, como se vê, por exemplo, na questão de estruturas, esquemas e pensamento lógico, que seriam a base comum entre os diferentes conteúdos. Isto o aproxima, ao nosso ver, de uma concepção essencialista. Ainda temos que o construtivismo também entendia a linguagem na função de referência, isto é, como representação de dados que eram construídos na mente.

http://dx.doi.org/10.5965/2357724X07142019113

Vale lembrar que Jean Piaget, um dos grandes nomes em que se fundamenta o movimento construtivista, baseou sua teoria na filosofia de Kant, que compreendia a mente ou a razão como a base (essência) de todo conhecimento e não chegou a destacar o papel da linguagem na produção de conhecimento, mas apenas como representação dos dados da razão. De acordo com Gottschalk (2008, p. 77), o construtivismo

> Concebe as estruturas matemáticas como produtos de um determinado desenvolvimento mental do aluno, descrito pelas teorias psicogenéticas de Jean Piaget como se tratando de um processo natural de interação entre estruturas cognitivas e o meio físico e social.

Assim, toda criança, em situações favoráveis, percorreria os mesmos estágios para o desenvolvimento matemático e o professor seria um “organizador da aprendizagem” que permitiria que o aluno construísse espontaneamente o conhecimento matemático.

Consideramos o construtivismo educacional como um movimento que tem características essencialistas e referencialistas, e assim, pode passar por uma terapia, para buscarmos verificar confusões e buscar indicar possibilidades, tanto de análise teórica quanto na prática de ensino. Buscamos realizar isto nos PCN, que consideramos ser um documento com fundamentos construtivistas.

3 Os PCN e o construtivismo

De acordo com Gottschalk (2002), os PCN adotaram explicitamente a perspectiva construtivista de ensino e aprendizagem para todas as disciplinas escolares.

Na introdução dos PCN há uma análise da situação educacional no país que defende que as pedagogias correntes se concentram principalmente no ensino de conteúdos e não oferece o enfoque necessário à aprendizagem. Tal demanda seria atendida, segundo os PCN, pela perspectiva construtivista de ensino e aprendizagem, considerada por esse documento um “marco explicativo” para os processos de educação escolar:

http://dx.doi.org/10.5965/2357724X07142019113

> A configuração do marco explicativo construtivista para os processos de educação escolar deu-se, entre outras influências, a partir da psicologia genética, da teoria sociointeracionista e das explicações da atividade significativa. O núcleo central da integração de todas essas contribuições refere-se ao reconhecimento da importância da atividade mental construtiva nos processos de aquisição do conhecimento. Daí o termo construtivismo, denominando essa convergência. (BRASIL, 1997, p. 50)

Também de acordo com os PCN (1997, p. 43), a explicação para o processo de aquisição do conhecimento é dada fundamentalmente pelas teorias psicogenéticas de Jean Piaget e de seus colaboradores.

Nessa teoria o aluno é colocado agora como o principal responsável por sua aprendizagem. Isto é o que os PCN chamam de “aprender a aprender” e “autonomia”. Em particular, a autonomia, é vista pelos PCN não só como uma capacidade a ser desenvolvida, mas também como

> uma opção metodológica que considera a atuação do aluno na construção de seus próprios conhecimentos, valoriza suas experiências, seus conhecimentos prévios e a interação professor-aluno e aluno-aluno, buscando essencialmente a passagem progressiva de situações em que o aluno é dirigido por outrem a situações dirigidas pelo próprio aluno. (BRASIL, 1997, p. 94)

Os conteúdos escolares são vistos pelos PCN como meios para aquisição e desenvolvimento de determinadas capacidades (habilidades e competências) para responder às necessidades do mundo atual. As escolas e professores escolhem os conteúdos, mas é o aluno que constrói os significados e, então, o conhecimento seria produzido “como decorrência de processos internos em interação com o meio ou, na terminologia construtivista, que ‘o aluno constrói o seu próprio conhecimento’ a partir de seu conhecimento prévio e por meio de suas experiências individuais” (GOTTSCHALK, 2002, p. 11).

Gottschalk (2002, p. 11) identifica, então, três princípios construtivistas que, a nosso ver, norteiam a proposta pedagógica dos PCN, e que podem ser resumidamente assim explicitados:

> 1) Os conteúdos devem ser meios para o desenvolvimento de capacidades.

http://dx.doi.org/10.5965/2357724X07142019113

> 2) O aluno deve construir seu próprio conhecimento a partir de seus conhecimentos prévios e por aproximações sucessivas.
> 3) A metodologia mais apropriada para que o aluno "construa seu próprio conhecimento" é a das ciências naturais.

No volume de matemática, os PCN iniciam por uma crítica ao Movimento da Matemática Moderna, e em seu enfoque na formalização e no distanciamento das questões práticas. Sendo assim, os PCN trazem algumas das ideias apresentadas em 1980 pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) dos Estados Unidos, no documento "Agenda para Ação", que serviram como base em discussões sobre currículo escolar para se contrapor ao movimento da matemática moderna. Este documento enfatiza no ensino de matemática a partir de resolução de problemas.

Porém, os PCN mostram que os resultados das provas aplicadas em 1993 e 1995 pelo SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) indicaram que "as maiores dificuldades se encontravam nas questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas" (BRASIL, 1998, p. 24). Os PCN interpretam este fato no sentido de que as escolas que não souberam aplicar as ideias do NCTM e que selecionariam os conteúdos de modo linear, colocando a resolução de problemas como mais uma atividade e não de modo mais abrangente, um ensino de matemática mais interligado ao cotidiano e às outras disciplinas. Essa interpretação deixa bem clara a direção teórica dos PCN.

O NCTM tem algumas ligações com o construtivismo. Um de seus documentos, "Currículo e normas de avaliação para a matemática escolar" de 1989 cita a emergência do construtivismo na educação matemática e defende o uso de atividades baseadas no construtivismo. Ainda há a forte influência do construtivismo piagetiano em autores como Martin Simon, Robert Gagné e Jerome Bruner, que são, juntamente com David Ausubel e John Dewey, as bases do NCTM.

4 A álgebra escolar nos PCN em terapia

Os PCN seguem o construtivismo e o NCTM e demonstram preocupação com a formalização em excesso no ensino fundamental, e sugerem como solução a vinculação da matemática a situações práticas. Os PCN do ensino fundamental I (1997b, p. 35) defendem que é possível desenvolver uma pré-álgebra nas séries iniciais, mas que tal conteúdo deve ser ampliado nas séries finais do ensino fundamental.

> trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a "sintaxe" (regras para resolução) de uma equação.

Percebe-se o enfoque na resolução de problemas. Claramente os PCN defendem que estas atividades podem gerar deduções e generalizações, possíveis para a álgebra. Neste ponto percebemos a concepção essencialista no construtivismo e, por consequência, nos PCN. Apesar de nesta citação percebermos a importância de se conhecer a sintaxe, esta é entendida como referência dos conceitos que seriam construídos nas situações problema e não uma construção exclusivamente linguística, ou seja, a linguagem é tomada como uma referência a uma percepção que ocorre no aluno a partir de deduções e generalizações. Temos aqui os dois pontos que a terapia de Wittgenstein vê como possíveis causas de confusões.

Os PCN de Matemática do Ensino Fundamental II defendem que os conteúdos devem ser conectados e que se devem buscar princípios gerais. Dessa forma, os alunos poderiam, sem contato com algumas formas de linguagem, apresentar determinadas deduções, isto é, há a ideia de que tais conexões ou princípios gerais estão potencialmente na mente dos alunos, em esquemas ou estruturas mentais, antes de qualquer apresentação linguística. Esse é um tipo de confusão que ocorre por se pensar a linguagem como representação, e se ela

http://dx.doi.org/10.5965/2357724X07142019113

representa algo, este ocorre em algum lugar antes da linguagem. Disto provém a ideia de construções abstratas que dariam em algum lugar extralinguístico.

Os PCN do Ensino Fundamental II tratam primeiramente do terceiro ciclo (6º e 7º anos) e em seguida do Quarto Ciclo (8º e 9º anos). Na introdução do terceiro ciclo aborda-se o fato de que no 6º ano há uma retomada dos conteúdos vistos nas séries iniciais e tal atividade geralmente não causa tanta animação nos alunos, o que já não ocorre no 7º ano, já que neste, há assuntos diferentes, porém, os PCN alertam para o fato de que a abstração de alguns assuntos, que a princípio podem chamar a atenção do aluno, passa a causar certa repulsa devido a não relação com questões práticas. Compreendemos que essa "repulsa" ocorre por se tratar de um novo tipo de linguagem, que demanda novas técnicas a ser dominadas.

Os PCN defendem que os alunos chegam ao terceiro ciclo com bagagem razoável de conhecimentos matemáticos e que é necessário continuar e consolidá-los, porém, alerta que "ocorre muitas vezes que esses alunos não conseguem exprimir suas ideias usando adequadamente a linguagem matemática; isso não significa que não tenham construído nenhum tipo de conceito ou desenvolvido procedimentos" (BRASIL, 1998, p. 62). Esse trecho deixa clara a concepção referencial da linguagem presente nos PCN, pois considera que os alunos tenham conhecimentos sem dominar a linguagem.

Em uma análise não-referencialista, como a do segundo Wittgenstein, não há como se construir conhecimento fora da linguagem. Enquanto no construtivismo se entende que o conhecimento matemático provém de estruturas e que a tarefa principal do professor é fornecer suporte para que tal desenvolvimento ocorra da forma mais espontânea possível, na perspectiva da linguagem matemática apoiada em Wittgenstein a construção do conhecimento matemático decorre da capacidade de se seguir regras e a tarefa do professor é ensinar estas regras, "para que o aluno comece a partir de um determinado momento não previsível a priori, a 'fazer lances' no jogo de linguagem no qual está sendo introduzido, inclusive aplicando-o a situações empíricas". (GOTTSCHALK, 2008, p. 93).

Um aluno poderia não saber usar $(a + b)^2$, mas saber seu significado? Qual seria o sentido de se pensar no quadrado de uma soma que resulta em um quadrado maior? Como dizer que o aluno compreendeu o conceito? Compreendemos que no próprio significado já há uma aplicação linguística. Os conteúdos matemáticos são construções convencionais que normatizam nossas experiências e que podem também ser utilizados para descrever determinadas situações e colaborar no desenvolvimento de certas técnicas e tecnologias humanas. Por isso concordamos com Gottschalk (2008, p. 92), "que os conteúdos não são meros *meios* para o desenvolvimento intelectual do aluno e, tampouco, ferramentas úteis para a produção de novas experiências (como afirmava Dewey), mas *a condição* para que o aluno possa continuar aprendendo".

Para o problema do ensino e aprendizagem de matemática no terceiro ciclo os PCN apontam que a solução seria, entre outras, "explorar o potencial crescente de abstração, fazendo com que os alunos descubram regularidades e propriedades numéricas, geométricas e métricas" (BRASIL, 1998, p. 63). Por isso os PCN priorizam tanto o desenvolvimento de processos como intuição, analogia, indução e dedução e não um trabalho que privilegie uma formalização dos conceitos. Os PCN (BRASIL, 1998, p. 64) apontam os objetivos para o terceiro ciclo, no que diz respeito ao pensamento algébrico, diz o seguinte:

> *reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções;
> * traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras;
> *utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico.

Segundo os PCN, a álgebra serve para desenvolver a capacidade de abstração e generalização. Eles compreendem essa possibilidade a partir da estreita relação entre a álgebra e a aritmética. Disso, temos que os PCN percebem a álgebra como um suporte para desenvolvimento de capacidades de síntese e de análise de conceitos, isto é, a álgebra é uma forma de ver de um determinado modo alguns conceitos. Um símbolo (uma letra, por exemplo) representa um número qualquer ou vários possíveis números (variável), ou um determinado valor em um determinado contexto de valores (incógnita) etc. Tal símbolo ou abstrai uma ideia geral ou generaliza uma ideia mais simples. Nesse sentido, vemos que sempre fará referência a algo.

Gottschalk (2002) defende que não há um caminho natural para se chegar a uma determinada forma matemática. Não há uma existência *a priori* de álgebra nas mentes humanas, mesmo que sejam conceitos e muito menos, as formas e símbolos. Os conceitos, formas e símbolos da álgebra foram construídos e definidos de forma arbitrária na história humana e se desenvolveram devido às suas relações internas, conexões e semelhanças com outras áreas, como a aritmética, geometria, lógica etc. Para que se considere que alguém construiu determinado conceito algébrico é necessário que ele demonstre saber transitar nesse novo espaço, nesse novo jogo de linguagem que agora lhe é apresentado.

Não se pode esperar que o aluno venha a descobrir regras pertinentes à álgebra, mesmo que contenham semelhanças com a aritmética, como é o caso da adição e das outras operações fundamentais. Uma simples soma na aritmética pode, para o aluno, ter uma significação completamente diferente do que ocorre na álgebra, como no caso de $2 + 3 = 5$, em que na soma temos um resultado, enquanto $a + b$, por exemplo não tem. Parece algo simples e para muitos parece clara a ideia de generalização, mas são estruturas de significado diferentes, provocados pela mudança da linguagem. As semelhanças podem ser usadas, mas não no sentido de uma existência *a priori*, ou de uma essência pré-existente, mas como exemplos de comparação, a fim de facilitar a aprendizagem. Essas relações são possiblidades *a posteriori* e não fundamentos extralinguísticos *a priori*.

Para o terceiro ciclo, os PCN recomendam que a álgebra seja apresentada de modo que ela possa aos poucos ser percebida pelos alunos, ou seja, como se fosse de forma indireta. É o próprio aluno que vai descobrindo, e mesmo que ainda não domine a sintaxe, seria possível compreender certos conceitos, como vemos no excerto dos PCN, abaixo:

> No decorrer do trabalho com os números, é fundamental estudar algumas relações funcionais pela exploração de padrões em sequências numéricas que levem os alunos a fazer algumas generalizações e compreender, por um processo de aproximações sucessivas, a natureza das representações algébricas. A construção dessas generalizações e de suas respectivas representações permite a exploração das primeiras noções de álgebra. (BRASIL, 1998, p. 68).

Na parte referente ao quarto ciclo, os PCN (BRASIL, 1998) criticam a ênfase nos conteúdos algébricos abordados de forma mecânica e defende que deva ser feito por situações-problema do cotidiano e relacionando com conteúdos anteriores, tanto que defende que ainda se dê bastante importância à aritmética (BRASIL, 1998, p. 83).

Nos objetivos para o quarto ciclo, em relação ao pensamento algébrico, os PCN (BRASIL, 1998, p. 81) dizem o seguinte:

> * produzir e interpretar diferentes escritas algébricas, expressões, igualdades e desigualdades, identificando as equações, inequações e sistemas;
> * resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos;
> * observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis."

Permanece muito forte a questão da linguagem algébrica como possibilidade de significado para algo além dela, a resolução de problemas e a busca por regularidades, mas percebe-se que já há uma importância maior dada à sintaxe, com a produção e interpretação das diferentes escritas algébricas, mesmo que não seja um dos objetivos saber manipular as equações ou expressões algébricas, apenas como manipulação de signos seguindo regras pré-definidas.

De fato, percebemos regularidades quando adquirimos a linguagem natural, que é de onde aprendemos as regras de uso, e, para Wittgenstein "a essência está expressa na gramática" (IF, §371), ou seja, ela se mostra no

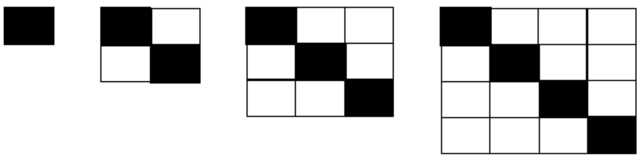
http://dx.doi.org/10.5965/2357724X07142019113

conjunto de regras, é algo dado na linguagem e só poderá ser percebida pela mesma. Não concordamos, no entanto, que estas regularidades podem inevitavelmente levar a uma produção e leis sem a existência de um direcionamento, um ensino, como se fosse algo natural.

Posteriormente à apresentação dos ciclos nos PCN, há um tópico chamado de “Orientações Didáticas” e nele há uma parte dedicada à álgebra. Nestas orientações didáticas os PCN oferecem algumas situações que representam algumas de suas ideias principais. Os primeiros exemplos favoreceriam que o aluno construa a ideia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades.

Posição:	1º	2º	3º	4º	5º	nº
Nº quadradinhos:	1	2 + 1 = 3	3 + 2 = 5	4 + 3 = 7	5 + 4 = 9	n + n - 1

Um outro exemplo:



1 2 3 4

Figura 1: exemplo de atividade dos PCN. Fonte: Brasil (1998)

Na primeira situação, o aluno deve perceber que a sequência de somas resulta em um modelo geral $n + n - 1$. No outro exemplo, propõe-se que o professor possa encaminhar uma atividade para que os alunos encontrem a expressão $n^2 - n$ que determina o número de quadradinhos brancos da n-ésima figura. Os PCN defendem que ao se generalizar os números na primeira situação ou os quadrados na segunda chega-se aos modelos algébricos. De fato, matematicamente sabemos que é assim, mas será que isto pertence à compreensão do aluno ou ele necessitaria de um certo uso com a linguagem para compreender essa relação?

> *Toda* proposição matemática correta tem de prover uma escada para seu problema, da maneira como o faz a proposição 12 x 13 = 137 – na qual posso subir se quiser.

> Isso vale para proposições de qualquer tipo de universalidade. Suponhamos agora que tenho dois sistemas: Não posso perguntar por um sistema que abarque os dois, já que não somente sou incapaz *agora* de procurar esse sistema como, mesmo no caso de surgir um sistema que abarque os dois sistemas análogos aos originais, percebo que nunca poderia ter procurado por ele (OF, §152).

Um aluno que nunca viu álgebra *nunca poderia ter procurado por ela*.

Outro exemplo dado pelos PCN que visa que os alunos expressem e generalizem relações entre números é a solicitação que adivinhem a regra para transformar números, inventada pelo professor, como citamos abaixo:

> um aluno fala 3 e o professor responde 8, outro fala 5 e o professor 12, para o 10 o professor responde 22, para o 11, responde 24 etc.; o jogo termina quando concluírem que o número respondido é o dobro do pensado, acrescentado de 2 unidades ou o número respondido é sempre o dobro do consecutivo do pensado . poderão também discutir as representações y = 2x + 2 ou y = 2(x + 1) e a equivalência entre elas. (PCN, v. 3, 1998, p. 118).

De fato, este exercício é muito instigante. Porém, não concordamos que ele possibilita uma algebrização para as crianças, no sentido de uma dedução natural. Compreendemos neste exemplo que a regra já existe, pois, os alunos neste nível já dominam adição e a letra para representação deverá ser falada pelo professor, pois é difícil crer que um aluno que nunca tenha visto este tipo de linguagem deduza que uma letra generaliza a ideia de número. A criança já tem algum conhecimento para poder resolver esta questão, e de acordo com Wittgenstein, seria melhor dizer que o aluno já conhece algumas regras e já domina algumas técnicas e, portanto, não será uma *descoberta espontânea* do aluno, e a regra “o número respondido é o dobro do pensado, acrescentado de 2 unidades” ou “o número respondido é sempre o dobro do consecutivo do pensado” foi de certa forma treinado antes, como se quisesse dizer que se faz isso com número também pode ser feito com letras.

O uso deste problema permite a apresentação de uma nova forma de cálculo, que se utiliza das semelhanças da adição feita com números, mas o problema é acreditar que tal exercício pode favorecer uma generalização algébrica espontânea no aluno, como acredita o construtivismo, pois compreendemos que há uma confusão entre a repetição de uma regra com uma generalização algébrica, sendo que a regra teve de ser ensinada antes e as letras deverão ser apresentadas. Neste caso, pode-se confundir um simples trabalho linguístico do aluno com uma capacidade natural de generalizar da aritmética para a álgebra, devido a defesa do construtivismo em uma construção mental.

Os PCN incentivam que se busque explorar o conceito de variável nos alunos para que eles não se prendam unicamente à noção de incógnita. A soma é uma forma de calcular, mas também seria uma função com propriedades gerais, assim como a multiplicação por 2 é uma tabela de dados, mas também uma relação que atribui a um conjunto de valores iniciais um conjunto único de valores finais, ou seja, é uma função e poderia ser representada de uma forma algébrica. Tabuadas seriam funções com variáveis dependentes e independentes. A soma deixa de ser simplesmente uma soma se ela deixar de ser vista apenas como uma operação binária entre números e for vista como uma operação sobre um conjunto de números.

> No decorrer do trabalho com os números, é fundamental estudar algumas relações funcionais pela exploração de padrões em sequências numéricas que levem os alunos a fazer algumas generalizações e compreender, por um processo de aproximações sucessivas, a natureza das representações algébricas. A construção dessas generalizações e de suas respectivas representações permite a exploração das primeiras noções de álgebra. (BRASIL, 1998, p. 68)

Nesse documento fica clara a tentativa de defender que a partir de situações-problema, através de estimativas, o aluno possa generalizar em uma equação: “Para isso, não é necessário que eles já conheçam as técnicas de resolução de equações do primeiro grau, mas que percebam o novo significado da letra P, agora uma incógnita: P + P x 0,4 = 11,20” (BRASIL, 1998, p. 120). Percebe-se que a sintaxe fica de fora novamente, o mais importante é o conceito e este pode ser aprendido e usado mesmo sem domínio linguístico. Porém, é válido citar, que mais adiante os PCN reconhecem a importância da sintaxe se referindo a um exemplo.

http://dx.doi.org/10.5965/2357724X07142019113

> A situação-problema citada poderá favorecer o desenvolvimento de um trabalho que visa à simplificação de expressões algébricas. Para tanto, os alunos devem se apropriar de algumas convenções da notação algébrica, como: escrever as constantes antes das variáveis e eliminar o sinal de multiplicação. Desse modo, poderão escrever P + 0,4P em vez de P + P x 0,4. Para simplificar a expressão P + 0,4P eles se defrontarão com a propriedade distributiva: P + 0,4P = (1 + 0,4)P = 1,4P. Assim, o aluno resolve mais facilmente a equação 1,4P = 11,20, descobrindo qual é o número que multiplicado por 1,4 resulta 11,20. (BRASIL, 1998, p. 120)

É preciso deixar claro que em alguns momentos, mesmo que poucos, os PCN defendem um estudo com a sintaxe linguística, apesar de não adentrar em mais explicações sobre regras e técnicas, focando sua atenção mais em resolução de problemas e atividades baseadas na generalização. Mas isto mostra como a questão da manipulação de símbolos faz parte do processo de aprendizagem.

As regras devem ser ensinadas com o devido pano de fundo, que seria dentro de formas de vida compreensíveis ao aluno, por isso que a comparação de letras com números não é um problema, mas sim, que tal estratégia de ensino não demonstra definitivamente que há uma essência entre álgebra e aritmética, pois não há uma essência que perpasse toda a mente do aluno e que o leve a compreender, em um primeiro momento, o cálculo com letras da mesma forma que compreendeu com números. Há apenas algumas semelhanças e deve-se evitar confundir estas com processos fundacionais de compreensão.

Wittgenstein (OF, §167) afirma que "uma proposição algébrica é uma equação tanto quanto 2.2 = 4, embora seja aplicada de outra maneira". Se seguimos a regra que $2.2 = 2^2$, também se pode seguir a regra $x \cdot x = x^2$. Existem semelhanças entre essas regras. No entanto a regra x + x = 2x é diferente do uso da regra 3 + 3 = 2.3 na aritmética, pois muitos dirão que 3 + 3 é igual a 6 e a forma de compreensão não é mesma para os dois casos, apesar de matematicamente ser a mesma coisa, pois aqui estamos falando da compreensão de um aluno iniciante em álgebra.

Para o filósofo (OF, §167), "uma equação algébrica como uma equação entre números reais é, com certeza, uma equação aritmética, já que alguma coisa aritmética está atrás dela. Mas algo está atrás da equação algébrica de uma maneira diferente da que está atrás de $1 + 1 = 2$". Wittgenstein quer dizer que não existe uma conexão direta entre aritmética e álgebra.

Percebe-se nessas citações que para Wittgenstein aritmética e álgebra são contextos diferentes, ou, são jogos de linguagem diferentes. Se o jogo de linguagem é toda atividade guiada por regras, pode-se afirmar que a álgebra, como outras áreas da matemática, é um jogo de linguagem e dentro deste jogo há semelhanças de suas regras com as regras da geometria e aritmética, além de que dentro da própria álgebra há semelhanças entre seus conteúdos internos e não uma essência, como no caso do uso do sinal de + em $a + a$ que é diferente do uso em $(a + b)^2$, pois na primeira há uma soma direta e na segunda há uma reorganização. São jogos diferentes com regras diferentes.

É por isso que o conceito de uso é tão importante no segundo Wittgenstein, pois é a variedade de usos das palavras em diferentes contextos o que gera a significação delas. Desta forma, o conceito vai se ampliando e, através do uso, o aluno sabe diferenciar o que deve fazer em cada situação, até porque já entende o conceito de forma mais ampla. Para Wittgenstein a compreensão se fortalece no uso das regras ou técnicas apresentadas para determinados contextos ou sistemas linguísticos. Uma proposição ou uma frase que faz sentido se manifesta no fato que é utilizada inicialmente precisando de explicação, mas depois, com o tempo e uso, não mais.

Quando vemos expressões do tipo: $2 + 2 = 4$ e $a + a = 2.a$, somos levados a pensar que há uma essência. Mas onde estariam essas semelhanças nessas expressões? Isso é algo tão vago de se responder, que se nota que é por isso que se cria tão facilmente a ideia de que há uma essência por trás dos dois. Porém, deve-se analisar a compreensão para o aluno e não o que vemos depois de já dominar, tanto aritmética, quanto álgebra.

http://dx.doi.org/10.5965/2357724X07142019113

5 Considerações finais

O que de fato é álgebra? A álgebra pode ser vista como uma generalização da aritmética, como uma manipulação de símbolos (cálculo literal), como um estudo sobre a manipulação formal, como uma linguagem da lógica, entre tantas possibilidades etc. Não seria problemático reduzi-la apenas a uma dessas possibilidades? Qual deveria ser o enfoque do ensino de álgebra, os conceitos ou a sintaxe, ou um trabalho entre os dois?

Estes são problemas que a filosofia da linguagem de Wittgenstein nos ajuda a refletir e por entender a linguagem como fonte de construção e transmissão de sentidos, que não coloca a linguagem apenas como um suporte para conceitos além dela e nem compreende que o conhecimento tem um pano de fundo comum, pode revelar aspectos inovadores quanto à construção e transmissão do conhecimento algébrico escolar.

Dessa forma, com relação a álgebra, para o construtivismo, o aluno necessitaria de relações dela com outras áreas, como a aritmética, geometria, contextos cotidianos etc. Compreendemos que tais relações são por vezes eficazes e até necessárias, sendo que a filosofia de Wittgenstein também defende que o indivíduo deve ser inserido no ambiente em que se usa uma determinada palavra, e então pelo uso, ele passa a conhecer o significado de tal palavra. Aprendemos, então, determinada palavra pelo uso em seu contexto e se ela aparece em diversos contextos o significado dela se amplia. O significado está no uso. Porém, o contexto nem sempre é externo à própria linguagem estudada, no caso da álgebra, não seria a aritmética ou o cotidiano tão somente, mas muitas vezes situações e conteúdos internos à própria álgebra, isto é, às vezes é necessário a compreensão de regras internas. A geometria ou a aritmética podem servir de suporte para a álgebra, no entanto, há um limite nisto, pois há conteúdos que não oferecem esta condição de comparação e muitas vezes o aluno precisa compreender e usar regras da álgebra na própria sintaxe algébrica.

Para Wittgenstein a compreensão se fortalece no uso das regras ou técnicas apresentadas para determinados contextos ou sistemas linguísticos e aqui temos contextos diferentes, que podem ser compreendidos como jogos de linguagem, que possuem semelhanças, percebidas a partir da apropriação dos jogos de linguagem que se busca comparar.

Entendemos, então, que há, de fato, uma relação entre álgebra e aritmética e que a álgebra pode ser ensinada a partir da aritmética, porém deve-se entender que são sintaxes diferentes, que podem se apoiar devido suas semelhanças, mas que não há uma essência, não há como esperar que o aluno possa por conta própria construir tal relação, mas sim, deve-se falar, deve-se esclarecer, deve-se mostrar, apresentar em um determinado instante a sintaxe algébrica como ela é.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais.** Vol. 1. Brasília, DF, 1997. 126 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (1ª a 4ª Séries) Matemática**. Vol. 3. Brasília, DF, 1997. 142 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª Séries) Matemática**. Vol. 3. Brasília, DF, 1998. 142 p.

GOTTSCHALK, Cristiane. **Uma reflexão filosófica sobre a matemática nos PCN**. 154 f. Tese (Doutorado em filosofia da Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

_________. A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. **Caderno Cedes.** Campinas, vol. 28, n. 74, p. 75-96, jan./abr. 2008.

MORENO, Arley Ramos. **Introdução a uma pragmática filosófica**: de uma concepção de filosofia como atividade terapêutica a uma filosofia da linguagem. Campinas, São Paulo. Editora da UNICAMP, 2005.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston, Va.: NCTM,1989.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações filosóficas (IF)**. Tradução de José Carlos Bruni. São Paulo: Nova cultural, 1999 (coleção os pensadores).

________. **Observações Filosóficas (OF)**. Tradução de Adail sobral e Maria Stela Gonçalves São Paulo: Loyola, 2005.