

## Aplicações de relações hipsométricas e volumetria em povoamento seminal de *Eucalyptus cloeziana* F. Muell.

*Applications of hypsometric relations and volumetry in seminal stand of Eucalyptus cloeziana F. Muell.*

**Bruno Oliveira Lafeta**<sup>1</sup>(ORCID 0000-0003-2913-6617), **João Marcos Barbosa Sampaio**<sup>1</sup>(ORCID 0000-0002-6796-5910), **Vitor Augusto Cordeiro Milagres**<sup>2</sup>(ORCID 0000-0002-9540-9217), **Ivan da Costa Ilhéu Fontan**<sup>1</sup>(ORCID 0000-0003-4143-5433), **Diego dos Santos Vieira**<sup>3</sup>(ORCID 0000-0003-3780-1189), **Erik Brian dos Santos**<sup>1</sup>(ORCID 0009-0002-0458-6902)

<sup>1</sup>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais, São João Evangelista, MG, Brasil. \*Autor para correspondência: bruno.lafeta@ifmg.edu.br

<sup>2</sup>Santa Maria Inovações Agroflorestais, Anápolis, GO, Brasil.

<sup>3</sup>Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Diamantina, MG, Brasil.

Submissão: 28/12/2023 | Aceite: 07/05/2024

### RESUMO

Investigações científicas sobre a aplicação de relações hipsométricas fornecem subsídios importantes para a quantificação de recursos madeireiros e manejo florestal. Assim, a pesquisa objetivou avaliar alternativas para a modelagem e uso de relações hipsométricas em um povoamento seminal de *Eucalyptus cloeziana* F. Muell., localizado no município de Minas Novas, Minas Gerais. O inventário florestal foi realizado aos 60 meses de idade e consistiu na distribuição aleatória de 10 unidades amostrais. Foram testados os seguintes métodos de modelagem hipsométrica: regressão linear, regressão não linear e máquinas vetor de suporte (MVS). Avaliaram-se duas abordagens para a aplicação de relações hipsométricas empregando diferentes métodos de modelagem: P1) estimativa da altura de todos os fustes inventariados (alturas estimadas) e; P2) estimativa de altura apenas daqueles indivíduos que tiveram somente o DAP mensurado (combinação de alturas medidas e estimadas). As informações biométricas obtidas foram submetidas à análise estatística descritiva e teste t não pareado. As relações hipsométricas dos ajustes dos modelos de Curtis (regressão linear), Logístico (regressão não linear) e MVS com função Kernel de base radial exibiram as melhores qualidades preditivas. Em termos médios, os volumes calculados não se diferenciam estatisticamente entre as abordagens P1 e P2. Conclui-se que a abordagem P1 é uma alternativa para a aplicação de relações hipsométricas apropriadamente estabelecidas e não compromete a quantificação volumétrica florestal. A variabilidade biométrica tende a ser menor com a estimativa da altura de todos os fustes inventariados.

**PALAVRAS-CHAVE:** altura; regressão; inteligência artificial.

### ABSTRACT

Scientific investigations on the application of hypsometric relationships provide important support for quantification of wood resources and forest management. Thus, this research aimed to evaluate alternatives for the modeling and use of hypsometric relationships in seminal stand of *Eucalyptus cloeziana* F. Muell., located in the municipality of Minas Novas, Minas Gerais. Forest inventory was carried out at 60 months of age and consisted random distribution of 10 sampling units. The following hypsometric modeling methods were tested: linear regression, nonlinear regression, and support vector machines (MVS). Two approaches for applying hypsometric relationships were evaluated using different modeling methods: P1) height estimate of all inventoried of all inventoried stems (estimated heights) and; P2) height estimate of only those individuals who had only DBH measured (combination of measured and estimated heights). Biometric information obtained was subjected to descriptive statistical analysis and unpaired t-test. Hypsometric relationships of the models fits of Curtis (linear regression), Logistic (non-linear regression) and support vector machines with radial basis Kernel function exhibited the best predictive qualities. On average, calculated volumes do not differ statistically between approaches P1 and P2. It is concluded that P1 approach is an alternative for application of properly established hypsometric relationships and does not compromise forest volumetric quantification. Biometric variability tends to be smaller with the estimation of the height of all inventoried stems.

**KEYWORDS:** height; regression; artificial intelligence.

## INTRODUÇÃO

O setor florestal brasileiro se encontra em plena expansão competitiva no mercado mundial, com mais 7,5 de milhões de hectares cultivados de eucalipto, alcançando uma média de produtividade em torno de 32,7 m<sup>3</sup>ha<sup>-1</sup>ano<sup>-1</sup> (IBÁ 2023). A mensuração florestal assume papel essencial na quantificação da produtividade, fornecendo subsídios para o planejamento e manejo racional dos recursos madeireiros (CAMPOS & LEITE 2017, LAFETÁ et al. 2021). Informações biométricas acuradas permitem maior assertividade em tomadas de decisão e melhor gestão da cadeia produtiva.

Levantamentos florestais em povoamentos equiâneos são convencionalmente realizados medindo-se o diâmetro de todos os fustes contidos nas unidades amostrais e a altura de apenas uma fração de fustes inventariados. Este procedimento justifica-se pelo fato da medição da altura ser considerada uma atividade onerosa, laboriosa e sujeita a diversos erros não amostrais, que podem ser intensificados diante de condições meteorológicas adversas, como fortes ventos, ou por obstrução visual do operador causada pela inclinação de terrenos, sub-bosque ou sobreposição de copas (SHARMA et al. 2019, BUENO & COSTA 2020, DANTAS et al. 2020, SOARES et al. 2021). A modelagem biométrica por sua vez, surge como alternativa para a estimativa da altura de fustes e, apesar de ser amplamente pesquisada, persistem dúvidas sobre as estratégias que podem ser adotadas após o estabelecimento de relações hipsométricas.

Relações hipsométricas, simbolizadas por h/d, são definidas a partir do estabelecimento de funções para a estimativa da altura individual de fustes sobre uma variável preditora de mais fácil e rápida medição, o diâmetro (SANQUETTA et al. 2015, MIGUEL et al. 2018). O uso dessas relações reduz o tempo destinado à coleta de dados da altura no campo, tornando os inventários mais rápidos, econômicos e acurados (VIEIRA et al. 2018, NICOLETTI et al. 2020, TÉO & SILVA 2020, SOARES et al. 2021). Em contrapartida, tais relações nem sempre apresentam uma associação biológica bem definida, podendo apresentar grande variabilidade em altura para um mesmo diâmetro (MARTINS et al. 2021).

A escolha de um método para a modelagem e relação hipsométrica torna-se difícil em alguns casos devido à não linearidade entre atributos biométricos envolvidos e restrições biológicas inerentes aos parâmetros de modelo estatísticos (MARTINS et al. 2021). A regressão linear é o método estatístico mais difundido na modelagem hipsométrica, devido à facilidade de ajuste, interpretação e uso das equações. A literatura florestal conta com diversos modelos tradicionais, como TROREY (1932), HENRICKSEN (1950), STOFFELS & SOEST (1953) e, o mais usual, CURTIS (1967).

Avanços em recursos computacionais tem propiciado o uso da regressão não linear e inteligência artificial na modelagem hipsométrica. Modelos de regressão não lineares de característica sigmoideal são bastante utilizados em virtude da fundamentação biológica, que permite uma rápida análise de confiabilidade das estimativas quanto a convergência do algoritmo de parametrização. Por outro lado, o método de Máquinas Vetor de Suporte (MVS), desenvolvido por VAPNIK (1995), é um exemplo de inteligência artificial que se baseia em aprendizado supervisionado para a solução de problemas de alta complexidade intrínsecos à classificação de padrões, regressão e/ou identificação de outliers (KUMAR et al. 2019)

É conveniente salientar que as abordagens para a aplicação de relações hipsométricas são passíveis de debate, especialmente, no que se refere às implicações nas estimativas volumétricas (BATISTA et al. 2014). As abordagens de uso das relações hipsométricas podem ser divididas basicamente em duas categorias, a primeira se baseia na estimativa da altura de todos os fustes inventariados e a segunda, frequentemente realizada, que envolve estimativa de altura apenas para aqueles que tiveram somente o diâmetro medido (SCOLFORO et al. 2015, MARTINS et al. 2021, DANTAS et al. 2020, SOARES et al. 2021). Esta última categoria resulta em um vetor hipsométrico que mescla alturas estimadas e medidas em campo.

Mediante o exposto, o objetivo do presente trabalho foi avaliar alternativas para a modelagem e uso de relações hipsométricas em um povoamento seminal de *Eucalyptus cloeziana* F. Muell., localizado no município de Minas Novas, Minas Gerais.

## MATERIAL E MÉTODOS

O trabalho foi conduzido em uma unidade de manejo seminal de *E. cloeziana* no município de Minas Novas-MG, nas coordenadas UTM (Universal Transversa de Mercator) 778.263m E e 8.077.359 N (Datum Sirgas 2000, Zona 23S). O clima da região foi classificado como "Aw" pelo sistema internacional de Köppen

(KÖPPEN 1936), com chuvas de verão e estação seca definida. Conforme normais climatológicas do Instituto Nacional de Meteorologia (INMET 2024), as médias anuais de temperatura e precipitação são de 23 °C (médias variando de 20 °C em junho e julho a 25 °C em fevereiro e outubro) e 960 mm (médias variando de 2 mm em junho e agosto a 199 mm em dezembro), respectivamente.

A unidade de manejo seminal foi implantada sob arranjo espacial de 6,00 × 1,25 m em dezembro de 2015, totalizando 33,04 ha. O inventário florestal foi realizado aos 60 meses de idade, sendo distribuídas aleatoriamente 10 parcelas retangulares de 552 m<sup>2</sup> (18,4 × 30,0 m) sobre relevo plano (intensidade amostral de 1,67%). Foram mensurados o diâmetro com casca à altura do peito (DAP – à altura de 1,30 m do solo, cm) de todos os fustes e a altura total (H, m) daqueles 10 primeiros com auxílio de suta mecânica e hipsômetro eletrônico Haglof, respectivamente.

Foram testados três métodos de modelagem hipsométrica utilizando informações exclusivas de DAP como variável preditora, assim discriminados: regressão linear, regressão não linear e MVS. As análises das regressões linear e não linear foram realizadas através do método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) e o método iterativo de Levenberg-Marquardt, respectivamente. Os modelos hipsométricos testados são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Modelos hipsométricos testados para a estimativa da altura em um povoamento seminal de *E. cloeziana* aos 60 meses de idade.

Table 1. Hypsometric models tested for height estimation in a seminal stand of *E. cloeziana* at 60 months of age.

Identificação	Modelos hipsométricos	Autor(es)
----- Lineares -----		
(1)	$H = \beta_0 + \beta_1 \cdot DAP + \varepsilon$	Linear simples
(2)	$H = \beta_0 + \beta_1 \cdot DAP + \beta_2 \cdot DAP^2 + \varepsilon$	TROREY (1932)
(3)	$H = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(DAP) + \varepsilon$	HENRICKSEN (1950)
(4)	$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(DAP) + \varepsilon$	STOFFELS E SOEST (1953)
(5)	$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 \cdot (1/DAP) + \varepsilon$	CURTIS (1967)
----- Não lineares -----		
(6)	$H = \frac{\beta_0}{1 + \beta_1 e^{-\beta_2 DAP}} + \varepsilon$	Logístico
(7)	$H = \beta_0 e^{-\varepsilon^{\beta_1 - \beta_2 DAP}} + \varepsilon$	GOMPERTZ (1825)

H = altura total; DAP = diâmetro com casca à altura do peito; Ln = logaritmo neperiano;  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_2$  = coeficientes de regressão e;  $\varepsilon$  = erro aleatório.

Realizou-se diagnóstico das premissas do método MQO, sendo avaliadas a normalidade dos resíduos pelo teste de Shapiro-Wilk e a homogeneidade de variâncias por Breusch-Pagan. A fim de se avaliar a presença de multicolinearidade do modelo de TROREY (1932), calculou-se o Valor de Inflação da Variância (VIF).

A construção de máquinas de vetores se baseou no processo de aprendizado estatístico descrito em detalhes por VAPNIK (1995) e MEYER et al. (2023). As MVS foram implementadas usando o pacote R “e1071” (MEYER et al. 2023) com parâmetro de custo igual a 2, gama de 0,1 e épsilon de 1; parâmetros definidos por análise exploratória, com valores oscilando entre 0,001 e 10. Para a parametrização das MVS, foram analisados quatro tipos de funções Kernel (linear, base radial, sigmoidal e polinomial).

As modelagens hipsométricas foram avaliadas de acordo com a significância dos parâmetros por meio do teste t, Média dos Desvios Absolutos (MDA), Raiz Quadrada do Erro Médio (RQEM) e coeficiente de correlação linear (r) entre os valores observados e estimados. As análises gráficas consistiram na inspeção estatística da dispersão dos resíduos e dos valores observados em relação àqueles estimados. Os pontos que extrapolaram a tendência geral dos dados não foram eliminados das análises estatísticas para investigar o potencial preditivo das modelagens diante da presença de eventuais *outliers* ou ruídos.

Foram comparadas duas abordagens para a aplicação das relações hipsométricas, sendo a primeira baseada na estimativa da altura de todos os fustes inventariados (P1, alturas estimadas) e a segunda pautada na estimativa da altura daqueles indivíduos que tiveram somente o DAP mensurado (P2,

combinação de alturas medidas e estimadas). O volume individual com casca dos fustes ( $V$ ,  $m^3 \text{ ind}^{-1}$ ) foi calculado por equação fornecida pela empresa florestal (coeficiente de determinação ajustado de 0,99), obtida pelo ajuste do modelo de Spurr (SPURR 1962):

$$\ln(V) = -10,413796 + 1,032427 \ln(DAP H^2)$$

Os dados hipsométricos e volumétricos foram representados graficamente por meio de Boxplot e submetidos a cálculos descritivos complementares (média, mediana, coeficiente de variação e, pelo método dos momentos, curtose e assimetria). O teste t não pareado foi realizado para as comparações entre as duas abordagens para a aplicação de relações hipsométricas. Para o diagnóstico de efeito estatístico, empregaram-se 1 e 5% de significância em todas as análises. Estas foram efetuadas com auxílio do software R versão 4.1.3 (R CORE TEAM 2022).

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

As premissas de normalidade dos resíduos e homogeneidade de variâncias foram atendidas ( $p > 0,05$ ) em todas as regressões lineares pelos testes de Shapiro-Wilk e Breusch-Pagan, respectivamente. O valor de inflação da variância do modelo de TROREY (1932) ajustado foi de 76, indicio de multicolinearidade. Os coeficientes e a qualidade de ajuste dos modelos hipsométricos lineares e não linear testados se encontram na Tabela 2. Todos os coeficientes das equações foram significativos ( $p \leq 0,05$ ), exceto nas equações obtidas com os modelos de TROREY (1932), HENRICKSEN (1950) e GOMPERTZ (1825). Estas três equações foram descartadas das análises gráficas subsequentes. Em geral, as equações apresentaram poucos desvios (baixos valores de RQEM e MDA) e correlações de Pearson maiores do que 0,76. As equações provenientes dos modelos linear de CURTIS (1967) e não linear logístico exibiram a melhor qualidade de ajuste. Como esperado, a assíntota deste modelo, representada pelo parâmetro " $\beta_0$ ", foi positiva.

Tabela 2. Coeficientes e qualidade de ajuste dos modelos hipsométricos para fustes contidos em um povoamento seminal de *E. cloeziana* aos 60 meses de idade.

Table 2. Coefficients and fit quality of hypsometric models for stems contained in a seminal stand of *E. cloeziana* at 60 months of age.

Id.	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	MDA	RQEM	r
----- Regressões lineares -----						
(1)	10,803598**	0,522157**	-	0,7937	0,9818	0,7388**
(2)	2,632411 <sup>ns</sup>	1,980541**	-0,062712**	0,7375	0,9181	0,7764**
(3)	2,291767 <sup>ns</sup>	5,990708**	-	0,7608	0,9452	0,7609**
(4)	1,922618**	0,368971**	-	0,7707	0,9572	0,7543**
(5)	3,173857**	-3,929461**	-	0,7467	0,9341	0,7676**
----- Regressões não lineares -----						
(6)	19,221815**	2,809407*	0,270025**	0,7426	0,9254	0,7723**
(7)	19,441822**	0,587214 <sup>ns</sup>	0,228251**	0,7438	0,9272	0,7713**

\*, \*\* significativo ao nível de confiança de 99 e 95% de probabilidade pelo teste t; <sup>ns</sup> não significativo ao nível de confiança de 95% de probabilidade pelo teste t; MDA = média dos desvios absolutos; RQEM = raiz quadrada do erro médio e; r = coeficiente de correlação.

Dentre as funções Kernel, as MVS de base radial tiveram a melhor qualidade de parametrização e desempenho para a estimativa da altura de fustes de *E. cloeziana*, além da maior simplicidade expressa pelo reduzido número de vetores (Tabela 3). Em geral, os resíduos percentuais dos métodos modelagem hipsométrica se aproximaram visualmente de uma distribuição homocedástica, exceto quando foram adotadas as máquinas de vetor com função Polinomial (Figura 1). Os resíduos foram mais próximos ao eixo das abscissas nas equações obtidas com os ajustes dos modelos de CURTIS (1967; regressão linear), Logístico (regressão não linear) e MVS com função Kernel de base radial, sendo, portanto, selecionados para a geração de curvas hipsométricas e sua respectiva aplicação.

As curvas obtidas das relações hipsométricas selecionadas para cada método de modelagem estão ilustradas na Figura 2. O clássico comportamento sigmoidal, na forma de "S", foi mais evidente na curva hipsométrica com o uso de MVS com função Kernel de base radial, iniciando-se com uma fase de crescimento lento da altura em relação ao diâmetro, seguido de uma intensificação e redução do crescimento.

Tabela 3. Estatísticas das aproximações por máquinas de vetores de suporte construídas para a estimativa da altura de fustes em um povoamento seminal de *E. cloeziana* aos 60 meses de idade.

Table 3. Statistics of approximations by support vector machines constructed for the estimation of stem height in a seminal stand of *E. cloeziana* at 60 months of age.

Função Kernel	Número de vetores	MDA	RQEM	r
Radial	14	0,7426	0,9254	0,7723**
Sigmoidal	19	0,7689	0,9411	0,7755**
Polinomial	25	0,8179	1,0110	0,7246**
Linear	19	0,9421	1,1802	0,6487**

\*\* significativo ao nível de confiança de 99% de probabilidade pelo teste t. MDA = média dos desvios absolutos; RQEM = raiz quadrada do erro médio e; r = coeficiente de correlação.

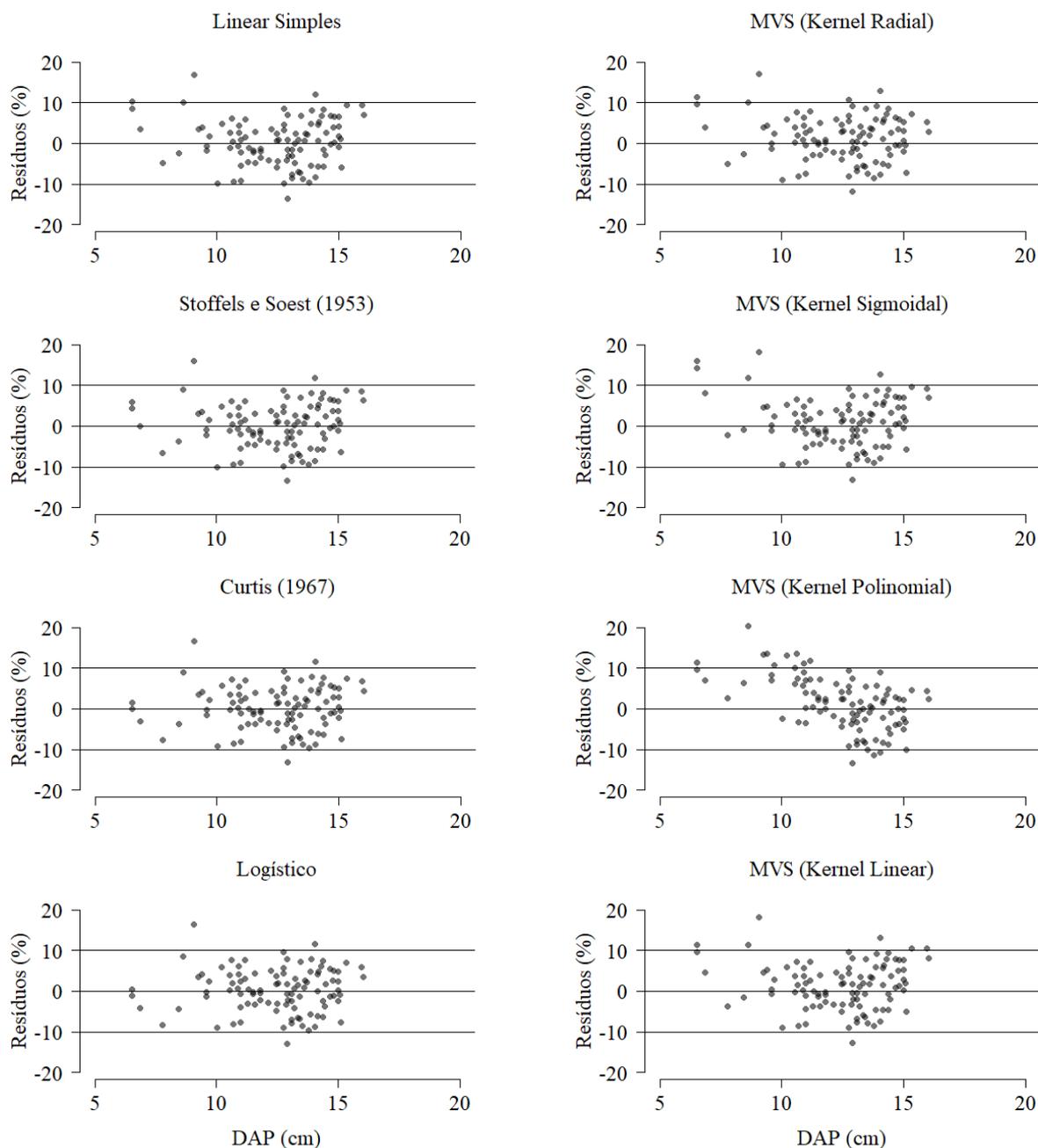


Figura 1. Distribuição de resíduos percentuais da altura (m) e volume ( $m^3 \text{ ind.}^{-1}$ ) de *E. cloeziana* para diferentes métodos de modelagem hipsométrica. MVS = máquinas vetor de suporte.

Figure 1. Distribution of percentage residues of height (m) and volume ( $m^3 \text{ ind.}^{-1}$ ) of *E. cloeziana* for different hypsometric modeling methods. MVS = support vector machines.

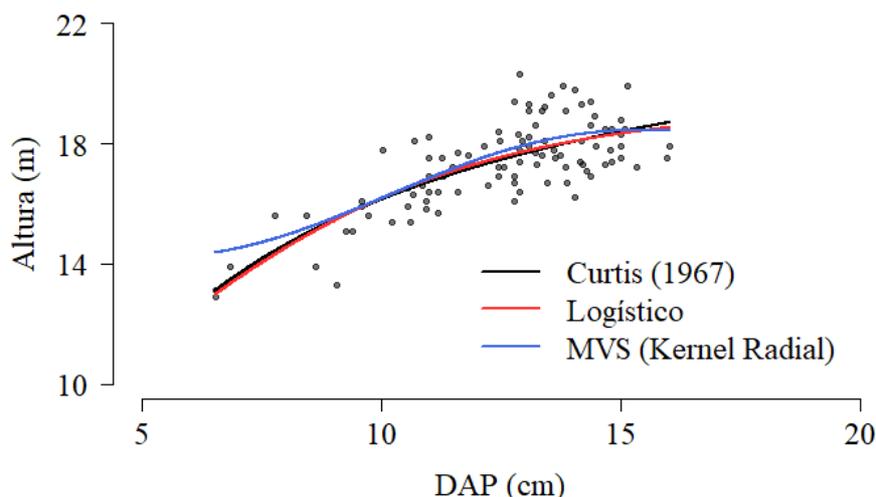


Figura 2. Curvas das equações hipsométricas geradas para um povoamento seminal de *E. cloeziana* aos 60 meses de idade. MVS = máquinas vetor de suporte.

Figure 2. Curves of the hypsometric equations generated for a seminal *E. cloeziana* stand at 60 months of age. MVS = support vector machines.

No que se referem a altura e o volume individual dos fustes, as médias não se diferiram estatisticamente ( $p > 0,05$ ) entre as duas abordagens para aplicação de relação hipsométrica. Por outro lado, os coeficientes de variação da altura e volume relacionados à abordagem P2 tenderam a ser um pouco maior que aquela de P1 em todos os métodos de modelagem (Tabela 4). Fato este que pode ser confirmado pela dispersão dos dados representada em Boxplot, cujo intervalo compreendido entre limites inferior e superior (calculado com informações do intervalo interquartil) foi menor com aplicação da abordagem P1, estimando a altura de todos fustes inventariados (Figura 3). A distribuição em formato leptocúrtico e assimetria negativa foram observadas em todas as abordagens avaliadas. Pelo teste t não pareado, as informações individuais de altura e volume não se diferenciaram entre as abordagens para aplicação de relação hipsométrica ( $p > 0,05$ ).

Tabela 4. Estatística descritiva de altura (m) e volume ( $m^3 \text{ ind.}^{-1}$ ) para um povoamento seminal de *E. cloeziana* aos 60 meses de idade, empregando diferentes métodos de modelagem e abordagens para aplicação de relações hipsométricas.

Table 4. Descriptive statistics of height (m) and volume ( $m^3 \text{ ind.}^{-1}$ ) for a seminal *E. cloeziana* stand at 60 months of age, employing different modeling methods and approaches for the application of hypsometric relationships.

Abordagem	Relação hipsométrica	Média	Mediana	CV (%)	Curtose	Assimetria
----- Altura -----						
P1	CURTIS (1967)	17,2573	17,5735	6,7053	5,0455	-1,4238
	Logístico	17,2738	17,6492	6,7373	5,5696	-1,6205
	MVS (Kernel Radial)	17,4364	17,8435	6,1835	3,3869	-1,1799
P2	CURTIS (1967)	17,2607	17,5667	6,9974	4,7155	-1,2134
	Logístico	17,2738	17,6430	7,0222	5,0853	-1,3677
	MVS (Kernel Radial)	17,4128	17,8363	6,5776	3,7157	-1,0677
----- Volume -----						
P1	CURTIS (1967)	0,1092	0,1115	37,7360	2,4300	-0,1299
	Logístico	0,1093	0,1120	37,4897	2,4077	-0,1709
	MVS (Kernel Radial)	0,1102	0,1133	37,2528	2,2933	-0,2008
P2	CURTIS (1967)	0,1093	0,1115	37,7310	2,4213	-0,1382
	Logístico	0,1093	0,1120	37,5127	2,3974	-0,1754
	MVS (Kernel Radial)	0,1101	0,1130	37,2994	2,2941	-0,2032

P1 = estimativa da altura de todos os fustes inventariados (alturas estimadas); P2 = estimativa de altura apenas daqueles indivíduos que tiveram somente o DAP mensurado (P2, combinação de alturas medidas e estimadas); CV = coeficiente de variação e; MVS = máquinas vetor de suporte.

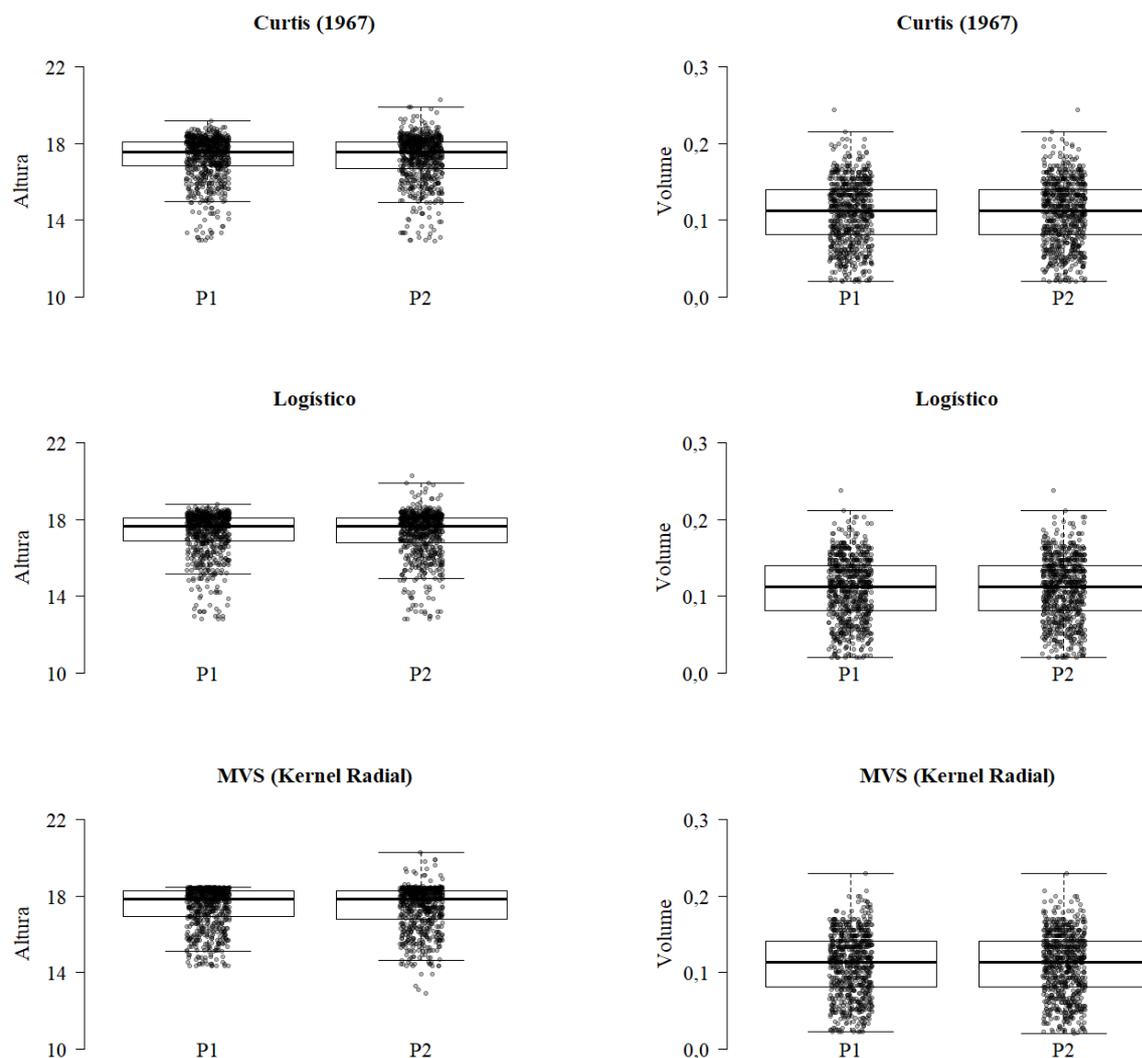


Figura 3. Boxplot de altura (m) e volume ( $m^3 \text{ ind.}^{-1}$ ) de *E. cloeziana* empregando diferentes métodos de modelagem e abordagens para aplicação de relações hipsométricas. MVS = máquinas vetor de suporte. P1 = estimativa da altura de todos os fustes inventariados (alturas estimadas). P2 = estimativa de altura apenas daqueles indivíduos que tiveram somente o DAP mensurado (P2, combinação de alturas medidas e estimadas).

Figure 3. Boxplot of height (m) and volume ( $m^3 \text{ ind.}^{-1}$ ) of *E. cloeziana* employing different modeling methods and approaches for the application of hypsometric relationships. SVM = support vector machines. P1 = estimate of height for all inventoried stems (estimated heights). P2 = height estimate only for those individuals that had only DBH measured (P2, combination of measured and estimated heights).

As estimativas volumétricas do povoamento de *E. cloeziana* aos 60 meses de idade, calculadas utilizando as regressões linear (CURTIS 1967) e não linear (Logístico), foram semelhantes entre os procedimentos para uso de relação hipsométrica, aproximadamente de  $143,82 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  (Tabela 5). A estimativa volumétrica média das máquinas de vetor (Kernel Radial), aplicando a abordagem P2, aproximou-se daquelas provenientes do ajuste do modelo de CURTIS (1967). A variabilidade do volume tendeu a ser um pouco menor com o uso desta MVS em comparação com as regressões linear e não linear.

Tabela 5. Estimativas volumétricas e coeficientes de variação (CV) para um povoamento seminal de eucalipto aos 60 meses de idade, empregando diferentes métodos de modelagem e abordagens para aplicação de relações hipsométricas.

Table 5. Volumetric estimates and coefficients of variation (CV) for a seminal stand of *E. cloeziana* at 60 months of age, employing different modeling methods and approaches for applying hypsometric relationships.

Relação hipsométrica	Volume (m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup> )		CV (%)	
	----- P1 -----		----- P2 -----	
CURTIS (1967)	143,77	8,73	143,79	9,00
Logístico	143,86	8,70	143,86	8,97
MVS (Kernel Radial)	142,69	8,65	143,77	8,73

P1 = estimativa da altura de todos os fustes inventariados (alturas estimadas); P2 = estimativa de altura apenas daqueles indivíduos que tiveram somente o DAP mensurado (P2, combinação de alturas medidas e estimadas) e; MVS = máquinas vetor de suporte.

## DISCUSSÃO

Relações hipsométricas são imprescindíveis para a otimização da rotina operacional no inventário florestal e compreensão da dinâmica de crescimento florestal. Estabeleceram-se 11 relações funcionais para a estimativa da altura de fustes para o povoamento seminal de *E. cloeziana* aos 60 meses de idade (Tabelas 2 e 3). Em virtude da variabilidade genética existente em povoamentos implantados com mudas produzidas via sementes (GUIMARÃES et al. 2019, ABREU NETO et al. 2021), a qualidade dos ajustes realizados foi considerada satisfatória (Tabela 2 e 3).

A escolha do método de modelagem hipsométrica deve considerar aspectos estatísticos (Tabelas 2 e 3), e biológicos para a aquisição de estimativas biométricas não enviesadas e representativas da realidade do sítio (GUJARATI & PORTER 2011, CAMPOS & LEITE 2017). O valor de inflação da variância do modelo de TROREY (1932) ajustado foi acima de 10, violando a premissa do método MQO de ausência da multicolinearidade (GUJARATI & PORTER 2011). Nestas circunstâncias, o parâmetro da regressão deixa de refletir os efeitos inerentes de particular variável independente sobre aquela dependente, refletindo parcialmente seu real efeito.

Do ponto de vista estatístico, as relações hipsométricas relacionadas aos ajustes dos modelos de CURTIS (1967). (regressão linear), Logístico (regressão não linear) e MVS com função Kernel de base radial exibiram as melhores qualidades preditivas conforme seu respectivo método de modelagem (Tabelas 2 e 3; Figura 1). As curvas de altura-diâmetro dessas três relações hipsométricas exibiram comportamento ascendente, com crescimento monotônico e tendência assintótica (Figura 2), fato que é o esperado biologicamente para o crescimento vegetal (TAIZ et al. 2017).

No entanto, duas limitações foram observadas nas MVS com função Kernel de base radial, a tendência de superestimativa da altura de fustes com menor DAP e a clara definição do ponto de inflexão (aproximadamente, DAP de 10cm e H de 16m) em sua curva hipsométrica. A superestimativa da altura de fustes empregando tal MVS também interferiu de forma direta no volume médio dos fustes (Tabela 4). Salienta-se que, embora a curva sigmoide seja considerada o modelo teórico mais biologicamente apropriado para relações hipsométricas, o ponto de inflexão ocorre com frequência em fustes de menores dimensões e em idades as quais a altura ainda não foi tomada (BATISTA et al. 2014).

Os dois métodos de regressão geraram estimativas médias de altura e volume próximas entre si, diferenciando-se em termos centesimais para o primeiro atributo biométrico e em décimos milésimos para o segundo. Embora a facilidade de ajuste favoreça a regressão linear, a mesma possui como desvantagens as diversas premissas intrínsecas ao método MQO (GUJARATI & PORTER 2011, CAMPOS & LEITE 2017). Este fato pode, em alguns casos, tornar a modelagem utilizando procedimentos iterativos mais atrativa do ponto de vista estatístico. Para o banco de dados estudado, a equação obtida com o ajuste do modelo Logístico exibiu desempenho preditivo um pouco superior com vistas estatísticas e biológicas em comparação com as demais relações hipsométricas estabelecidas.

Relações hipsométricas podem ser aplicadas com diferentes abordagens. A aplicação das relações hipsométricas com a estimativa da altura de todos os fustes inventariados deve ser vista com bastante cautela, pois a influência da qualidade da modelagem se torna mais evidente na estimativa da altura e do volume. Não obstante, a dispersão de altura dos fustes inventariados foi visualmente maior na ocasião em

que se combinou valores hipsométricos estimados e observados (P2), especialmente acima do terceiro quartil (Figura 3). A maior presença de *outliers* (valores além do intervalo interquartil) na distribuição de altura dos fustes em relação àqueles relacionados às estimativas volumétricas individuais é um indicativo de que as abordagens para aplicação de relações hipsométricas lidaram adequadamente com a presença de valores atípicos e se aproximaram da tendência central de produção lenhosa. Ressalta-se que essa robustez é essencial para a representatividade e assertividade da quantificação biométrica em povoamentos florestais (GUJARATI & PORTER 2011, CAMPOS & LEITE 2017). Em termos médios e de variância, não se identificou diferenças estatísticas significativas para altura e volume individual entre as abordagens para aplicação de relação hipsométrica.

A tendência de aumento da variabilidade do volume individual e por unidade de área diante da combinação das alturas observadas e estimadas em relação ao uso apenas de estimativas hipsométricas (Tabelas 4 e 5) pode ser, em parte, explicada pela representação simplificada do crescimento arbóreo em um ecossistema florestal por meio de modelos matemáticos (Tabela 1). Este fato corrobora com BATISTA et al. (2014), que descreve a possibilidade de a qualidade das estimativas volumétricas ser uma alternativa variável ao considerar valores observados e estimados de altura.

Menores variabilidades do volume por unidade de área são importantes para o atendimento aos erros de amostragem previamente estabelecidos em legislações estaduais ou contratos específicos. Enfatiza-se que o erro de amostragem é rotineiramente calculado em inventários florestais convencionais, como declarações de colheita florestal. Portanto, identificou-se, como mais apropriado, a aplicação da relação hipsométrica para a estimativa da altura de todos os fustes inventariados. BATISTA et al. (2014), também, sugerem tal abordagem para evitar vícios na predição do volume, sobretudo, em talhões comerciais de maior heterogeneidade.

Os resultados obtidos fornecem subsídios importantes para o desenvolvimento de futuras pesquisas sobre a mensuração florestal e aplicação prática de relações hipsométricas. A escolha adequada do método de modelagem é fundamental para a qualidade preditiva da altura e volume, porém o planejamento da abordagem de sua aplicação é indispensável para minimizar vícios preditivos. A aplicação da relação hipsométrica com a estimativa de altura de todos os fustes inventariados se mostrou promissora para reduzir a variabilidade biométrica e melhor operacionalizar a rotina do analista florestal.

## CONCLUSÃO

A estimativa da altura de todos os fustes inventariados é uma alternativa para a aplicação de relações hipsométricas apropriadamente estabelecidas e não compromete a quantificação volumétrica florestal.

A variabilidade biométrica tende a ser menor com a estimativa da altura de todos os fustes inventariados ao invés da combinação de alturas observadas e estimadas. Os coeficientes de variação desta última abordagem de aplicação hipsométrica foram cerca de 4,95% e 2,39% mais altos em relação aos da primeira, para a altura e volume por unidade de área cultivada *E. cloeziana*, respectivamente.

Os volumes calculados a partir da estimativa da altura de todos os fustes inventariados ou da combinação de alturas observadas e estimadas não se diferenciam estatisticamente no sítio em estudo.

A modelagem hipsométrica por meio de regressões lineares e não lineares, assim como o uso de máquinas de vetor de suporte, são metodologias adequadas para a estimativa da altura em inventários florestais.

## AGRADECIMENTOS

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais (IFMG) - Campus de São João Evangelista-MG por todo apoio logístico, estrutural e suporte financeiro para a realização do presente trabalho.

## REFERÊNCIAS

- ABREU NETO R et al. 2021. Describing the structure and relationship of height and diameter in an old unmanaged *Eucalyptus* spp. plantation. *Floresta e Ambiente* 28: e20200087.
- BATISTA JLF et al. 2014. Quantificação de recursos florestais: árvores, arvoredos e florestas. São Paulo: Oficina de Textos. 384p.
- BUENO GF & COSTA EA. 2020. Comparação preditiva de modelos hipsométricos em plantio de eucalipto: equação de regressão e redes neurais artificiais. *Enciclopédia Biosfera* 17: 654-664.

- CAMPOS JCC & LEITE HG. 2017. Mensuração Florestal: perguntas e respostas. 5.ed. Viçosa: Ed. UFV. 636p.
- CURTIS RO. 1967. Height, diameter and height diameter age equations for second growth Douglas-fir. *Forest Science* 13: 365-375.
- DANTAS D et al. 2020. Reduction of sampling intensity in forest inventories to estimate the total height of eucalyptus trees. *Bosque* 41: 353-364.
- GOMPERTZ B. 1825. On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London B: Biological Sciences* 115: 513-585.
- GUIMARÃES CC et al. 2019. Biomass production and nutritional efficiency in *Eucalyptus* genotypes in the Pampa biome. *Journal of Experimental Agriculture International*, 34: 1-10.
- GUJARATI DN & PORTER DC. 2011. *Econometria básica* 5.ed. Porto Alegre: AMGH Editora Ltda. 924p.
- HENRICKSEN HA. 1950. Height-diameter curve with logarithmic diameter: brief report on a more reliable method of height determination from height curves, introduced by the State Forest Research Branch. *Dansk Skovforen Tidsskr* 35: 193-202.
- IBÁ. 2023. Indústria Brasileira de Árvores. Relatório Anual 2023 – ano base 2022. Disponível em: <https://iba.org/datafiles/publicacoes/relatorios/relatorio-anual-iba2023-r.pdf>. Acesso em: 25 abr. 2024.
- INMET. 2024. Instituto Nacional de Meteorologia. Banco de dados meteorológicos. Disponível em: <https://portal.inmet.gov.br/>. Acesso em: 25 abr. 2024.
- KÖPPEN W. 1936. *Das geographische system der klimate*. Berlin: Gerbrüder Bornträger. 44p.
- KUMAR VA et al. 2019. Prediction of student final exam performance in an introductory programming course: development and validation of the use of a support vector machine-regression model. *Asian Journal of Education and e-Learning* 7: 2321-2454.
- LAFETÁ BO et al. 2021. Comprimentos de seção e altura de fustes na cubagem rigorosa em diferentes espaçamentos de eucalipto. *Agrarian*, 14: 360-370.
- MARTINS JFC et al. 2021. Modelagem hipsométrica de povoamentos de acácia-negra usando linguagem de programação Julia. *BIOFIX Scientific Journal* 6: 133-152.
- MEYER D et al. 2023. e1071: Misc Functions of the Department of Statistics, Probability Theory Group (Formerly: E1071), TU Wien. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/e1071/e1071.pdf>. Acesso em: 20 dez. 2023.
- MIGUEL EP et al. 2018. Modelagem hipsométrica em povoamentos híbrido clonal de *Eucalyptus* hipsometric modeling hybrid clonal *Eucalyptus* stands. *Revista Agrarian* 11: 159-167.
- NICOLETTI MF et al. 2020. Equações hipsométricas, volumétricas e funções de afilamento para *Pinus* spp. *Revista de Ciências Agroveterinárias* 19: 474-482.
- R CORE TEAM 2022. R: A language and environment for statistical computing. Vienna, Austria. Disponível em: <https://www.R-project.org/>
- SANQUETTA MNI et al. 2015. Ajuste de equações hipsométricas para a estimação da altura total de indivíduos jovens de teca. *Científica* 43: 400-406.
- SCOLFORO HF et al. 2015. Hypsometric approaches to Eucalyptus experiments in Brazil. *African Journal of Agricultural Research* 10: 4176-4184.
- SHARMA RP et al. 2019. Modelling individual tree height– diameter relationships for multi-layered and multi-species forests in central Europe. *Trees Structure and Function* 33: 103-119.
- SOARES GM et al. 2021. Artificial neural networks (ANN) for height estimation in a mixed-species plantation of *Eucalyptus globulus* Labill and *Acacia mearnsii* de Wild. *Revista Árvore* 45: e4512.
- SPURR SA. 1962. Measure of point density. *Forest Science* 8: 85-96.
- STOFFELS A & SOEST JV. 1953. The main problems in sample plots. *Ned Bosbouw tijdschr* 25: 190-199.
- TAIZ L et al. 2017. *Fisiologia e desenvolvimento vegetal*. 6.ed. Porto Alegre: Artmed. 888p.
- TÉO SJ & SILVA TC. 2020. General height-diameter equation depending on the stand variables, for *Eucalyptus benthamii*. *Floresta e Ambiente* 27: e20180302.
- TROREY LGA. 1932. A mathematical method for construction of diameter-height curves based on site. *Forest Chronicle* 8: 121-132.
- VAPNIK VN. 1995. *The nature of statistical learning theory*. 1.ed. New York: Springer-Verlag. 188p.
- VIEIRA GC et al. 2018. Prognoses of diameter and height of trees of eucalyptus using artificial intelligence. *Science of the Total Environment*, 619-620: 1473-1481.